СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ

Учебно-методический комплекс

2010

УДК 159.9(075.8)
ББК 886.631я73
С78

Составитель: преподаватель кафедры прикладной психологии УО «ВГУ им. П.М. Машерова» **Ю.В. Насонова**

Рецензент:
заведующий кафедрой прикладной психологии УО «ВГУ им. П.М. Машерова»,
кандидат психологических наук, доцент *О.Е. Антипенко*

Учебно-методический комплекс подготовлен в соответствии с типовой учебной программой по курсу «Статистические методы в психологии» для студентов факультета социальной педагогики и психологии. В УМК излагаются общие методические указания, которых следует придерживаться при изучении теоретического материала и выполнении практических заданий.

Предназначается для студентов дневного и заочного отделений по специальности «Психология».

УДК 159.9(075.8)
ББК 886.631я73

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в проводимых научных исследованиях принимают участие не только социологи, но и психологи, историки, биологи и другие специалисты. Принято считать, что математика – это царица наук, и любая наука становится по-настоящему наукой, только когда она начинает использовать математику. Однако большинство теорий личности и психотерапевтических концепций были сформулированы без всякого обращения к математике. Примером могут служить: теории психоанализа, бихевиоральная концепция, аналитическая психология Карла Юнга, индивидуальная психология Альфреда Адлера, объективная психология Владимира Михайловича Бехтерева, культурно-историческая теория Льва Семёновича Выготского, концепция отношений личности Владимира Николаевича Мясищева и многие другие теории. Но все это было, в основном, в прошлом.

В настоящее время многие психологические концепции подвергаются сомнению на основании того, что они не были подтверждены статистически. Все это отражается на научно-методическом уровне исследований, который в результате не соответствует нормам. Поэтому возникает настоятельная необходимость в разработке курса по математическим методам в психологии, обучению возможностям математической статистики при подготовке будущих практических психологов.

Основная цель курса: познакомить студентов с основами математических методов в психологии, обучить умениям и навыкам математико-статистической обработки эмпирических данных, полученных в ходе проведения психологических исследований.

Учебно-методический комплекс предназначен для подготовки студентов-психологов, а также может быть использовано практическими работниками, занимающимися вопросами научной рационализации профессионально-организационного поведения.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ

Лекция 1.
Предмет и задачи математической статистики. История становления математических методов в психологии.

1. Предмет, задачи и методологические основы исследования.
2. Проблемы измерения в психолого-педагогических исследованиях.
3. Основные проблемы применения статистических методов в психологических исследованиях

1. Предмет, задачи и методологические основы исследования

Непрерывное и быстрое расширение областей исследования, в которых удается эффективно использовать математические методы, составляет одну из характерных черт развития современной науки. Раздвигая традиционные рамки «точных наук», этот процесс вовлекает сегодня в свою сферу биологию и социологию, языкознание и психологию, юриспруденцию и историю. Применение математических методов открывает во всех этих областях знания пути для более глубокого проникновения в сущность и закономерности изучаемых явлений, более точного предсказания их развития в различных условиях, а значит и более эффективного управления ими, практического их использования.

Психология относится к наукам, которые до последнего времени сильно отставали в этом отношении. Определенные перспективы открывают перед психологией некоторые математические методы исследования сложных социально-психологических процессов и систем, основанные на современном развитии теории вероятностей, математической статистики, кибернетики, теории информации и связи, теории исследования операций и программирования, а также средств вычислительной и моделирующей техники.

Ряд попыток, уже предпринятых в указанном направлении, показывают плодотворность применения такого рода методов и средств не только для общего осмысливания педагогических закономерностей с новой точки зрения, но и для действенного решения конкретных вопросов педагогической науки и практики.

Вместе с тем опыт показывает, что применение математических методов и понятий без предварительного выяснения степени их соответствия природе и особенностям изучаемых педагогических или психолого-педагогических явлений и отношений зачастую существенно ограничивает значимость полученных выводов, а порою и вообще позволяет подвергнуть сомнению их состоятельность.

Применение математических методов исследования в психологии имеет своей конечной целью продвижение её на следующие, более высокие этапы – познания количественных и структурных характеристик изучаемых качественных отношений. Соответственно основная задача таких исследований заключается в построении математических моделей, адекватно отображающих определенные реальные количественные и структурные свойства и закономерности, присущие психолого-педагогическим явлениям и процессам.

Для того чтобы некоторое теоретическое описание являлось математической моделью в этом смысле, необходимо и достаточно, чтобы оно удовлетворяло следующей совокупности требований: а) по форме было символическим (знаковым); б) по характеру являлось дедуктивной системой; в) по содержанию допускало интерпретацию в математических понятиях; г) по структуре было изоморфно отношениям изучаемых объектов.

Являясь формальной конструкцией, такая модель позволяет «выделять в чистом виде» логическую структуру научной теории и количественные отношения между существенными переменными изучаемых ею явлений. Это позволяет проверять логическую состоятельность соответствующей содержательной теории, исследовать ее структуру, развивать ее и высказывать на ее основе количественно и логически определенные утверждения относительно возможных связей между фактами. Последнее же создает возможность для экспериментальной проверки теории и ее практического использования.

Основное препятствие, которое возникает при попытках реализации этой программы применительно к педагогике, заключается в недоступности многих существенных переменных, участвующих в психолого-педагогических процессах, непосредственному наблюдению и количественной характеристике.

Первый, наиболее очевидный путь преодоления этой трудности заключается в устранении из модели всех непосредственно ненаблюдаемых и неизмеримых переменных. Модель в этом случае конструируется как отображение только структуры наблюдаемых и измеримых изменений поведения человека, в которых внешне проявляется изучаемая психическая деятельность. Это – путь феноменологического моделирования.

Второй путь заключается в том, что модель конструируется как формальное описание некоторой теории о внутренней структуре психической деятельности, реализующейся в процессах обучения и поведения человека. В этом случае она включает ряд непосредственно ненаблюдаемых и неизмеримых переменных, связываемых по определенным правилам с теми или иными наблюдаемыми и измеримыми характеристиками обучения и поведения. Это – путь содержательного моделирования.

Как феноменологические, так и содержательные модели в зависимости от метода их конструирования могут быть индуктивными или дедуктивными. При индуктивном построении модели исследователь отправляется от некоторой суммы частных эмпирических данных и ищет математические зависимости, которые удовлетворительно аппроксимируют определенные общие черты этих данных. При дедуктивном построении модели исследователь, наоборот, отправляется от некоторой гипотезы о характере общих зависимостей, которые присущи изучаемым психолого-педагогическим явлениям, и ищет фактические данные, которые удовлетворительно приближались бы к выводимым из модели частным зависимостям.

Чтобы от этих общих методологических предпосылок перейти к самому структурному и количественному исследованию и описанию психолого-педагогических явлений и процессов, необходимо, прежде всего, очертить круг подходящих для указанной цели математических понятий и методов. Он определяется, по-видимому, прежде всего наиболее общими специфическими особенностями психолого-педагогических закономерностей как объектов научного исследования. Как показывает анализ, главная из этих особенностей заключается в том, что психологические явления и процессы, благодаря своей зависимости от непредвидимых сочетаний множества неконтролируемых объективных и субъективных факторов, являются по своей природе чрезвычайно сложными, изменчивыми и неоднозначными. Объективные закономерности таких явлений и процессов находят свое выражение не в динамической схеме однозначной связи причин и следствий, а в своеобразной статистической форме – относительной устойчивости частот появления различных возможных результатов в данных условиях. Математическим понятием, которое позволяет количественно охарактеризовать эту степень возможности различных результатов, является понятие вероятности.

Понятие вероятности позволяет отвлекаться от неизвестных причин, порождающих изменчивость изучаемых процессов, и рассматривать совокупность возможных результатов этих процессов как случайные события и величины, а сами такие процессы – как стохастические (случайные). Так, в психологических исследованиях как случайные события можно рассматривать любые изменчивые объективные и субъективные факторы, которые влияют на развитие и воспитание ребенка и могут иметь место или отсутствовать в отдельном конкретном случае. В качестве случайных величии можно рассматривать любые количественные характеристики этих объективных и субъективных факторов, которые могут принимать различные значения в различных конкретных случаях, неизвестно заранее какие. Наконец, как случайные функции могут рассматриваться любые возможные, но заранее непредсказуемые изменения указанных количественных характеристик в ходе обучения и воспитания.

Поскольку поле событий, на котором определены вероятности, может рассматриваться, либо как булева алгебра, либо как тело множеств, вероятностные модели в ряде случаев оказывается возможным конструировать, исходя прямо из логической структуры рассматриваемых педагогических ситуаций. В других же случаях, наоборот, индуцированная из опыта гипотеза о вероятностных характеристиках соответствующих педагогических отношений позволяет вскрыть их логическую структуру. При этом для построения интерпретаций обычно оказывается достаточным небольшой набор общих предположений, как, например, независимость или зависимость возможных исходов, их равно вероятность или неравно вероятность, а также выполнимость в отношении событий и их вероятностей системы аксиом А.Н. Колмогорова.

Указанная особенность вероятностных понятий и моделей чрезвычайно существенна при их использовании для описания явлений психологического типа, внутренняя природа и динамическая структура которых зачастую известны нам еще очень плохо.

2. Проблемы измерения в психолого-педагогических исследованиях

Соответствие величин, с которыми оперирует модель, реальным количественным характеристикам описываемых явлений и объектов составляет первое, решающее условие состоятельности любого количественного исследования. Качественная природа этих величин устанавливается на основе содержательного психолого-педагогического анализа соответствующих аспектов процессов обучения и воспитания. Количественное же (числовое) их определение достигается с помощью операции измерения.

Измерение заключается в обозначении величин, рассматриваемых как аргументы, определенными числами, рассматриваемыми как функции, по правилам, обеспечивающим аддитивность этих функций.

Отображение в числовой системе, образующейся при измерении, тех или иных структурных свойств, присущих изучаемым объектам, достигается подбором соответствующей шкалы измерений, т.е. правил приписывании числовых форм определенным сторонам объектов и явлений.

Конструирование такой адекватной шкалы измерений обеспечивается учетом следующих двух требований: 1. Эмпирическая операция, лежащая в основе измерения, должна быть выполнима в изучаемой системе объектов. 2. Формальная операция, репрезентирующая ее в числовой модели, должна быть выполнима в избранной числовой системе.

Основными операциями, при помощи которых это может быть достигнуто, являются: а) регистрация и подсчет числа объектов с данным признаком (репрезентируется номинальной шкалой), б) упорядочение объектов по сравнительной величине (рангу) определенного признака (репрезентируется ординальной шкалой); в) сопоставление величины исследуемого признака с определенным стандартным интервалом, принятым за единицу меры (репрезентируется интервальной шкалой); г) соотнесение величины исследуемого признака с интервалом физически возможных его вариаций (репрезентируется рациональной шкалой).

Допустимость использования того или иного из перечисленных видов измерения определяется возможностью выполнения при его производстве определенных условий, которые обеспечивают удовлетворение сформулированных выше требований. Для регистрирующего измерения – это наличие критерия, позволяющего однозначно отличать объекты, относящиеся к исследуемому классу, от всех остальных. При упорядочивающем измерении к этому условию добавляется требование о наличии критерия, позволяющего однозначно отличить большую величину признака от меньшей, а также – возможность по парного сравнения всех исследуемых объектов по указанному критерию. Для интервального измерения необходимы: стандартный эталон меры, возможность сопоставления его величины с измеряемой величиной, достаточная стабильность эталона и сопоставимость применяемых в разных случаях единиц меры. Наконец, для построения рациональной шкалы дополнительно необходимо наличие истинной нулевой точки отсчета.

Числовые данные, полученные при использовании различных видов измерения, имеют совершенно различный смысл, и, как правило, требуют применения различных статистик. Так, для обработки результатов регистрирующих измерений применимы методы статистики событий и дискретной математики. Для результатов упорядочивающего измерения – методы статистики рангов и качественных признаков. Для интервального и пропорционального – статистика случайных величин и методы математического анализа.

Главные трудности, которые возникают в этой области, связаны со специфическими особенностями многих величин, характеризующих педагогические и психолого-педагогические процессы, В них, как правило, участвуют два вида переменных: а) переменные, непосредственно ненаблюдаемые и неизмеримые – к ним относятся, главным образом, величины, характеризующие внутренние свойства психических явлений и процессов у учащихся; б) переменные, наблюдаемые, но непосредственно неизмеримые – к ним относятся, главным образом, величины, характеризующие некоторые качественные свойства материальных объектов и действий, влияющие на протекание психических процессов у учащихся (например, степень трудности учебного материала, эффективность воспитательного приема и т.п.).

Преодоление указанных трудностей может быть частично достигнуто Применением соответствующих специальных видов измерения. В частности, препятствия, связанные с непосредственной ненаблюдаемостью некоторых психических величин, можно обойти, применяя методы косвенного измерения, т.е. наблюдая и измеряя другие – наблюдаемые – величины (индиканты), известным образом связанные с излучаемыми ненаблюдаемыми переменными (коррелатами). Препятствия, связанные с неизмеримостью многих качественных переменных, могут быть частично преодолены путем использования некоторых видов без масштабного измерения, например, регистрации или упорядочения, для которых не требуется количественно определенной единицы меры.

Однако использование указанных способов измерения ставит в свою очередь, ряд существенных проблем: 1. Как определить связь, существующую между индикантами и измеряемыми через них ненаблюдаемыми переменными? 2. Как обеспечить применительно к этим ненаблюдаемым переменным условия выполнимости регистрирующего и упорядочивающего измерения 3. Как отобразить результаты таких без масштабных измерений на шкала коррелирующих с ними относительных или пропорциональных изменений индикантов?

Три различных ответа на эти три коренных вопроса связаны с тремя разными подходами к измерению психолого-педагогических свойств и явлений, имеющими ныне место в психологии и педагогике а) психофизическим, основы которого были заложены работами Г. Фехнера; б) феноменологическим, возникновение которого датируют исследованиями Г. Эббингауза и в) психометрическим, создание которого связано с именем Ф. Гальтона.

Общим для всех этих направлений является то, что в качестве инструмента дли регистрации или упорядочения исследуемых непосредственно неизмеримых (и ненаблюдаемых) факторов психической деятельности человека используется сам человек. Параллельно измеряются определенные наблюдаемые объективные свойства воздействующих стимулов (заданий) или полученных реакций (ответов) или те и другие вместе. Переход от без масштабной меры исследуемого психического свойства (процесса) к масштабной осуществляется путем изоморфного отображения полученных систем объективных величин на предположительно коррелирующие с ними психические переменные.

Различие рассматриваемых методик заключается в том, что при психофизических измерениях регистрируются и сопоставляются с изменениями стимула результаты непосредственных наблюдений испытуемого за собственными ощущениями или иными психическими процессами. При феноменологических же и психометрических измерениях регистрируются и сопоставляются со стимулом только объективные, внешние реакции испытуемого в ходе выполнения определенных заданий. Измеряемыми параметрами при психофизической методике являются физические свойства стимула (интенсивность, длительность, сила и т.д.); при феноменологической и психометрической – достижения испытуемого (количество правильных ответов, число ошибок и т.д.).

В свою очередь, различие между феноменологическим и психометрическим подходом связано с интерпретацией, которая дается реально наблюдаемым вариациям реакций у различных испытуемых в тождественных ситуациях.

При феноменологическом (и психофизическом) подходе указанные ~- вариации рассматриваются как «ошибки измерения» или же «ошибки природы». Соответственно вводится статистическое понятие «нормального» человека, которому приписываются некие устанавливаемые «истинные» величины тех или иных психических и психофизических свойств. А любые иные их значения, наблюдаемые у людей, рассматриваются как случайные «уклонения от нормы».

Это позволяет использовать функцию нормального распределения («гауссову кривую») как характеристику уклонений от нормы, возможных у разных людей. Приняв такую гипотезу, можно с помощью известных статистических методов оценивать достоверность средних значений, полученных в опыте, вероятность их совпадения с «истинным» значением измеряемой величины и т.п. Короче, становится возможным применять в психолого-педагогических исследованиях всю статистическую технику, используемую для обработки результатов физических измерений, их очистки от случайных ошибок, выявления наиболее вероятного истинного значения измеряемой величины и т.д. Критерием адекватности индиканта служит здесь инвариантность его среднего значения для тождественных стимулов при достаточно широком варьировании испытываемых индивидов.

При психометрическом подходе измеряемой величиной являются, наоборот, именно значения индивидуальных вариаций тех или иных психических свойств у отдельных людей. А задачей измерения – установление определенной ранговой шкалы оценок испытуемых с точки зрения степени развития у них этих свойств. Критерием адекватности индиканта служат здесь инвариантность его среднего значения у того же индивида при достаточно широком варьировании однородных в некотором отношении стимулов.

Наиболее широкое свое развитие психометрический подход нашел в тестовой методике, основы которой были заложены А. Бинэ и Б. Симоном. В качестве базиса шкалы измерений в этом случае принимается интервал вариаций успешности решения некоторой категории задач, обнаруживаемый при выполнении их достаточно большой группой испытуемых, однородных по некоторому признаку (возраст, образование, профессия и т.п.).

Характер получаемой при этом шкалы измерений зависит от того: 1) -как формируется критерий меры успешности выполнения теста испытуемым; 2) как формируется критерий упорядочения испытуемых в зависимости от меры успешности выполнения ими теста; 3) какие виды преобразований используются для числового выражения положения испытуемого "на шкале оценки измеряемых его свойств.

По первому признаку все тестовые шкалы можно подразделить на простые и дифференциальные. При простом шкалировании всем вопросам теста приписывается одинаковое значение. Мера успешности выполнения теста (score) образуется простым суммированием числа правильных ответов (с поправкой на угадывание для тестов с множественным выбором ответа). При дифференциальном шкалировании каждому ответу или вопросу приписывается определенное скалярное значение, которое выражается на континууме измеряемого психического свойства как отметки его уровня.

Характер этой процедуры зависит от наличия или отсутствия возможности заранее достаточно точно установить относительные размеры интервалов, с которыми соотносятся соответствующие ответы или вопросы на континууме измеряемого психического свойства.

При предположении, что такая возможность имеется, применяются метод шкалы графических оценок или метод одинаково выглядящих интервалов, а также их различные вариации, как, например, шкала продукции, шкала от человека к человеку, шкала числовых оценок, шкала определенных групп, методы суммарных оценок, принудительного выбора взаимных средних и др.

Суть их всех заключается в предъявлении испытуемому задачи расположить в порядке нарастания (или убывания) ряд заранее проградуированных по интенсивности стимулов.

В случае, когда имеется возможность воспринять только порядок интервалов или только очень неточно их размер на континууме измеряемого свойства или отношения, градирование шкалы измерений приходится осуществлять, исходя из свойств самих тестовых данных.

Основные методы, которые используются для этой цели, это – метод попарных сравнений и метод последовательных интервалов.

При их использовании градуирование стимулов по интенсивности осуществляется после предъявления теста на основе статистического анализа ответов испытуемых.

По характеру критерия упорядочения испытуемых в зависимости от меры успешности выполнения теста все психометрические шкалы можно подразделить на нормативные и ненормативные.

В нормативных шкалах характер преобразования итогов теста в числовую оценку достижений или психических свойств испытуемого на психометрической шкале зависит от достижений некоторой эталонной группы испытуемых. В тестах «общего интеллекта» – это так называемое «частное интеллекта». В тестах отдельных способностей для той же цели используются процентили.

Ненормативные шкалы не зависят от результатов, показанных группой или группами индивидов. Они образуются обычно по итогам индивидуального теста на основе предварительного градуирования входящих в него заданий.

Состоятельность теста статистически испытывается численностью эталонной группы, ее вариативностью по изучаемому признаку, корреляцией между тестовыми оценками и оценками, полученными с помощью иных критериев (успеваемостью, успешностью профессиональной деятельности, мнением педагогов и т.п.).

Вместе с тем, всем перечисленным методикам присущи общие принципиальные недостатки, которые значительно ограничивают область их применимости и психолого-педагогическую значимость полученных результатов. Наиболее существенные из них:

1. Гипотеза о нормальном характере распределения индивидуальных вариаций измеряемых переменных.

2. Предположение о линейной связи используемых индикантов с определенными психическими свойствами или признаками (например, объемом памяти, общим интеллектом, абстрактным мышлением и т.п.).

3. Предположение, что свойства личности и психические свойства, имеющие количественные различия, могут рассматриваться как непрерывные переменные.

4. Предположение, что эти свойства допускают числовые определения и обладают аддитивностью.

Есть, однако, основания полагать, что отмеченные затруднения не свидетельствуют о неразрешимости задачи количественного описания психолого-педагогических явлений и процессов. Они свидетельствуют лишь о том, что эта задача не может быть решена с позиций чисто феноменологического подхода без учета и анализа содержания самой психической деятельности.

3. Основные проблемы применения статистических методов в психологических исследованиях

Обобщение результатов измерений, их анализ и соотнесение с вероятностными характеристиками изучаемых объектов достигаются методами математической статистики.

Особое внимание уделяется вопросу оценки параметров на основе полученных таким образом дескриптивных статистик опыта, поскольку последние в связи с выборочным характером наблюдений при психолого-педагогических исследованиях, как правило, имеют отчасти случайный характер. Распределение этих статистик практически может быть определено лишь для ряда стандартных видов распределений и выборок. Но при психолого-педагогических исследованиях, как правило, фактический характер распределения изучаемых величин в генеральной совокупности обычно неизвестен. Поэтому выбор способов оценки параметров этого распределения по данным опыта требует или (1) предварительного постулирования определенной гипотезы о законе распределения соответствующих величин в интересующей генеральной совокупности, исходя из природы изучаемых событий и признаков, или (2) анализа эмпирических статистик выборки с точки зрения достаточной близости их распределения к одному из «стандартных» распределений на основе некоторого эффективного критерия, или (3) использования оценок, не зависящих от параметров генеральной совокупности. В ряде случаев возможно также приближение оценок к параметрам путем увеличения объема выборки, применения «метода моментов» Пирсона или метода наименьших квадратов Гауса.

В диссертации подвергаются детальному рассмотрению условия и способы использования перечисленных методов в различных конкретных случаях психолого-педагогических исследований.

Специальный раздел данной главы посвящен проблеме статистической проверки гипотез. В нем рассматриваются сущность этой проверки, ее основные методы и ее значение при формулировании обобщений на основе статистического анализа данных наблюдений и эксперимента. При этом показывается, что простое доказательство статистической значимости или не значимости обнаруженного различия фактически не имеет почти никакого научного или практического значения, так как оно отражает лишь объем выборки и мощность принятого критерия. Лишь установив на основе содержательных научных и практических соображений заранее то минимальное среднее различие в эффекте, при котором разница испытываемых педагогических факторов еще является существенной для наших целей, можно определить минимальный объем выборки, при котором нулевая гипотеза окажется принятой на заданном уровне значимости, если разница испытываемых факторов несущественна, и будет отклонена только тогда, когда эта разница, по определению, существенна.

Общая сущность требований к организации наблюдений и экспериментов в педагогике и психологии при статистическом исследовании психолого-педагогических процессов сводится к наивозможному уменьшению влияния неучитываемых случайных факторов на результаты опыта. Это достигается, в первую очередь, массовостью наблюдаемых объектов или явлений, их представительностью и однородностью, которые обеспечиваются рандомизацией выбора объектов, уточнением популяции, из которой осуществляется выборка, стабилизацией условий наблюдения и определением их количества по правилам достаточно больших чисел.

При малом числе наблюдений статистическая надежность достигается особыми приемами организации эксперимента: градуированием умышленных вариаций изучаемых факторов; компенсацией влияния случайных факторов по схеме взаимоконтроля или автоконтроля; уменьшением роли случайных факторов методами «возмущений» или «лабораторного эксперимента»; повышением значимости результатов с помощью «критического эксперимента» и факториальной организации опыта.

Следует, однако, отметить, что все эти методы вмешательства в процесс формирования личности учащихся связаны с определенным риском нарушения его естественного протекания. Математические средства для оценки и учета этого риска обещают дать развитие теории статистических решений и теории информации.

Библиография

1. Математическое моделирование в психологии, «Вопросы философии», № 2. – 2005.
2. Изучение закономерностей обучения и воспитания методами математической статистики, «Психология». - № 10. – 2002. - стр. 109–124.
3. Использование математических методов и кибернетики в психологических исследованиях, «Народная асвета». - № 9. – 1992. - стр. 30–41.
4. Об использовании математических и кибернетических методов в психологии и педагогике, «Психология». - № 4. - 1992. - стр. 45–55.
5. Математические методы в педагогике и психологии, «Педагогическая энциклопедия», т. II, Изд. БСЭ, М..

Лекция 2.
Различные подходы к понятию вероятности.
Алгебра вероятностей.

1. Явление и процесс. Закон и случай. Детерминизм и неопределенность природных и социальных явлений и процессов.
2. Вероятностный формализм описательной статистики. Случайность и вероятность. Событие. Вероятность событий.

1. Явление и процесс. Закон и случай. Детерминизм и неопределенность природных и социальных явлений и процессов.

Наблюдаемый мир – как природа, так и социум – характеризуется причинно-следственными отношениями (связями) событий, явлений и процессов.

Явление – картина совокупности событий, как правило, одномоментная. Представляется как статическое описание состояния совокупности (сцена).

Процесс – динамика явления, т.е. изменение, развитие явления во времени. Представляет собой целостную развертку характеризующих явление событий (сцен) во времени (в определенном смысле – кино).

При этом в причинно-следственных связях обнаруживаются два начала – детерминизм и неопределенность. Интуитивно верное понимание этих начал содержится в процедуре **«если …, то …»**, с помощью которой причинно-следственная связь, собственно говоря и формализуется. Ответ в любое время и при данных условиях опыта – «если ЭТО, то ОДНОЗНАЧНО ТО» – означает превалирование детерминистского начала в наблюдаемой связи, и, наоборот, ответ «если ЭТО, то ВЕРОЯТНО ТО» – означает неопределенность связи. В связи с этим принято различать закон и случай.

Закон – формализованная взаимно однозначная связь между наблюдаемыми событиями, явлениями, процессами, обнаруживаемая и подтверждаемая экспериментально; важными при этом являются неизменность условий опыта и независимость наблюдателей.

Случай – вероятностная, при неизменности условий опыта, связь между наблюдаемыми событиями, явлениями, процессами.

Мир детерминирован (подчинен закону) и мир неопределенен (случаен) – две крайние философские концепции. Прагматичный взгляд на природу вещей – признание сложной зависимости событий, явлений, процессов на различных масштабах и уровнях рассмотрения, динамического асинхронного переплетения множества различных причин, характеризующих и влияющих на (микро-)зависимости. Теория вероятностей и математическая статистика предоставляют в распоряжение исследователя инструментарий, который позволяет анализировать и характеризовать такого рода массовое микро-поведение на макроуровне, не вдаваясь в детали. Для этого строятся статистические (вероятностные) модели явлений и процессов.

Модель (вероятностная) – качественное и/или количественное описание явления, процесса, на большем или меньшем уровне детализации и/или абстракции и претендующее на вполне определенную точность. Часто, в рамках модели обсуждается характер неточности и, затем, указываются способы улучшить точность модельных представлений. Для обнаружения неизвестных детерминированных связей между событиями могут проводиться дополнительные исследования; с учетом частоты повторяемости и/или массовости наблюдения случайного явления и процесса могут предприниматься попытки улучшить точность за счет выделения устойчивых признаков – статистик.

2. Вероятностный формализм описательной статистики. Случайность и вероятность. Событие. Вероятность событий.

Теория вероятностей – математический фундамент современной статистики. Известен целый ряд умозрительных опытов и задач, а также их экспериментальные аналоги, которые приводят к классическим вероятностным схемам. Таковыми являются подбрасывание однородной симметричной монеты, игральной кости, карточные игры, игры с урнами, содержащими различные объекты. В результате решения этих задач были заложены формальные основы теории вероятности, которые кратко обсуждаются ниже.

Случайное событие и вероятность. В статистических исследованиях фигурируют сложные природные, технологические или социальные механизмы, результаты проявления которых невозможно достоверно предсказать. В качестве примера можно представить многоэтапный технологический процесс производства некоего продукта. Поэтому статистика, как и теория вероятностей, рассматривает изучаемые явления как случайные. В экспериментах случайные явления представлены случайными событиями. Для примера с производством продукта сформулировать статистический эксперимент по оценке качества производственного процесса. Тогда в качестве случайного события может, например, выступать появление в контрольной партии продукции некоторого количества дефектных изделий. Чтобы адекватно описать исследуемое случайное явление, необходимо сопоставить представляющему его случайному событию некую количественную меру, которая отражала бы частоту появления этого события (например, как часто в партии из 100 изделий встречается 5 дефектных). Такая мера в теории получила название **вероятности** P и понимается как некая функция пространства элементарных случайных событий.

Это положительное вещественное число в интервале от 0 до 1. Вероятность невозможного события считается равной 0, вероятность достоверного события – 1.

Случайная величина и ее описание. При проведении экспериментов случайные события, как правило, формально соотносят с некоторой величиной X, которую принято называть **случайной**. В зависимости от природы исследуемого явления соответствующие случайные величины могут быть **дискретными** (например, количество дефектных изделий в партии) или **непрерывными** (как значение артериального давления). Исчерпывающее описание случайной величины дает ее **функция распределения**. Функция распределения для некоторого конкретного значения x определяется вероятностью того события, что случайная величина X примет значение, меньшее этого конкретного $x: F(x) = P(X < x)$

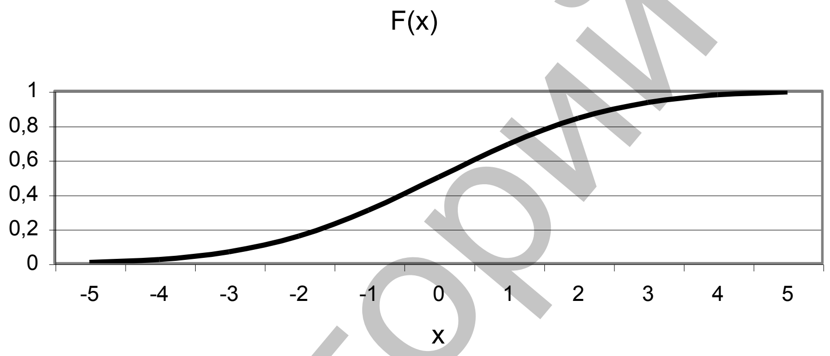


Рис. 1. Функция распределения случайной величины.

Функция распределения – положительная неубывающая функция, принимающая значения от 0 до 1 (рис.1). Для дискретных случайных величин можно указать вероятность $P_i = P(x_i)$ появления конкретного значения x_i. Для непрерывных случайных величин такого рода описанием является первая производная функции распределения, которая получила название **плотности вероятности** значений случайной величины x (иногда ее называют просто распределением случайной величины):

$$F'(x) = \frac{\partial F}{\partial x} = f(x)$$

Чтобы понять смысл плотности вероятности, можно воспользоваться аналогией с массой и плотностью тела, представив в качестве массы тела функцию распределения, объема тела – интервал значений случайной величины, плотности тела – плотность вероятности. Это положительная функция, площадь под кривой которой относительно оси значений случайной величины x равна единице (рис. 2). Таким образом, случайную величину полностью характеризуют ее функция распределения (для дискретных и непрерывных величин) или плотность вероятности (для непрерывных величин).

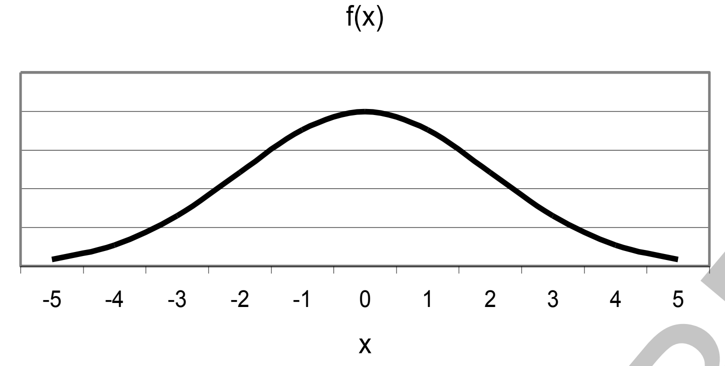


Рис. 2. Плотность вероятности случайной величины.

Для более компактного (частичного) описания случайной величины служат числовые характеристики (или статистики) случайных величин. Важнейшие из них – **среднее значение** μ и **дисперсия** σ^2, или же **среднеквадратичное** (стандартное) **отклонение** σ, равное корню квадратному из дисперсии. Среднее значение – это некоторое центральное значение случайной величины, которое определяет положение кривой плотности вероятности вдоль оси x значений случайной величины. В частности, при увеличении среднего значения μ кривая плотности вероятности сдвигается вправо (рис.3). Среднеквадратичное отклонение характеризует разброс основной массы значений случайной величины относительно среднего. При увеличении дисперсии (или среднеквадратичного отклонения σ) кривая плотности вероятности «размазывается» вдоль оси x значений случайной величины (рис. 3).

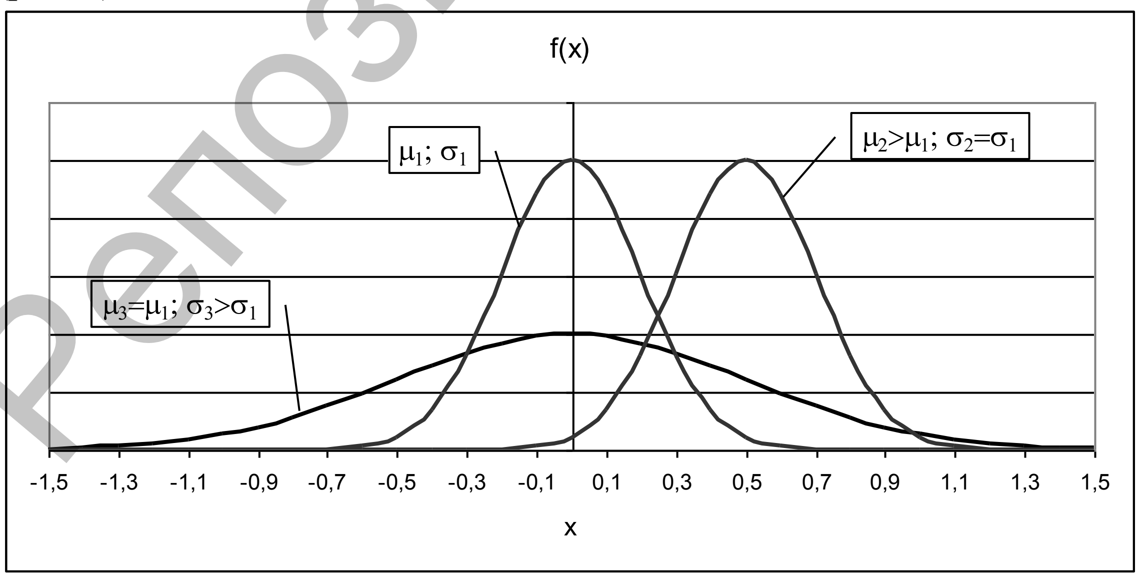


Рис. 3. Изменение кривой плотности вероятности при увеличении среднего и дисперсии.

Результаты наблюдений трактуются как **реализации** соответствующей **случайной величины**. Все возможные (реально или умозрительно) реализации случайной величины составляют ее т.н. **генеральную совокупность (популяцию)**. Генеральная совокупность редко наблюдаема в опыте главным образом по причине ограниченности ресурсов (времени, стоимости обследования, емкости устройств хранения информации и т.п.).

Статистический опыт (эксперимент). Совокупность наблюдений с точки зрения практической статистики есть данные. Известно, что с классическими функциями можно производить арифметические действия как с функциями. С вероятностями как с функциями также можно оперировать, и в теории вероятности формализованы законы сложения и умножения вероятностей. Эти формализации, в свою очередь, являются основой статистических вычислений. Получение конкретной реализации случайной величины называется статистическим опытом. При многократном повторении опыта – получении множества реализаций – предполагается (но зачастую явно не оговаривается) неизменность условий опыта. Абсолютную неизменность условий любого опыта, понятно, нельзя обеспечить, поэтому на практике речь идет лишь об обеспечении относительно стабильных условий. Обеспечение стабильности условий эксперимента в значительной степени искусство. Выполнение требований стабильности опыта – предмет методологии сбора данных. Чаще, статистик призван обрабатывать уже кем-то собранные данные. Необходимо, однако, учитывать возможность того, что данные были получены в условиях непостоянства условий опыта; для последующей обработки и анализа таких данных следует использовать адекватные методы.

Центральная предельная теорема. Наиболее распространенной вероятностной моделью в статистике является нормальная (гауссова) модель. К ней сводится большое количество практических задач теории вероятности и математической статистики. Генеральной совокупностью данной модели является множество исходов статистического опыта, отражающего аддитивное взаимодействие большого количества независимых случайных явлений (процессов).

Данная вероятностная модель относится к классу т.н. **параметрических моделей**, т.е. моделей, аналитический вид которых однозначно задается с помощью конечного числа параметров. В гауссовом случае параметрами модели являются математическое ожидание μ (среднее значение генеральной совокупности) и дисперсия σ^2 – мера разброса значений случайной величины относительно математического ожидания.

Распространенность гауссовой модели объясняется фундаментальным свойством природы, характеризующим распределение вероятности суммы большого числа независимых случайных явлений (процессов). Это свойство, формулируемое как **центральная предельная теорема**, проявляется в том, что, сумма *n* одинаково распределенных случайных величин, стремится к нормальному (гауссову) распределению при бесконечном увеличении *n*. (На практике оказывается достаточным эффект аддитивного взаимодействия порядка *n*=30 независимых случайных величин.)

Наряду с параметрическими, в статистике используются также **непараметрические модели**. В непараметрических моделях закон распределения вероятностей генеральной совокупности полагается неизвестным.

Библиография

1. Головина, Г. М., Крылов, В. Ю., Савченко, Т. Н. Математические методы в современной психологии: статус, разработка, применение / Г.М. Головина, В.Ю. Крылов, Т.Н. Савченко. - М.: Изд-во Института психологии РАН. - 1995. – 260с.
2. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
3. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
4. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Лекция 3.
Виды случайных событий. Алгебра событий

1. Случайная величина и вероятность события
2. Понятие вероятности
3. Алгебра событий
4. Основная терминология в алгебре событий

1. Случайная величина и вероятность события

Математическая статистика тесно связана с другой математической наукой – теорией вероятности и базируется на ее математическом аппарате.

Теория вероятности – это наука, которая изучает закономерности, порожденные случайными событиями.

Педагогические явления относятся к числу массовых: они охватывают большие совокупности людей, повторяются из года в год, совершаются непрерывно. Показатели (параметры, результаты) педагогического процесса имеют вероятностный характер: одно и то же педагогическое воздействие может приводить к различным следствиям (случайные события, случайным величинам). Тем не менее, при многократном воспроизведении условий определенные следствия появляются чаще других, – это и есть проявление так называемых статистических закономерностей (изучением которых занимаются теория вероятностей и математическая статистика).

Случайная величина (СВ) – это численная характеристика, измеряемая по ходу опыта и зависящая от случайного исхода. СВ реализуемая по ходу опыта и сама является случайной. Каждая СВ задает распределение вероятностей.

Основным свойством педагогических процессов, явлений является их вероятностный характер (при данных условиях они могут произойти, реализоваться, но могут и не произойти). Для таких явлений существенную роль играет понятие вероятности.

Вероятность (Р) показывает степень возможности осуществления данного события, явления, результата. Вероятность невозможного события равна нулю, достоверного – единице (100%). Вероятность любого события лежит в пределах от 0 до 1 – в зависимости от того, насколько это событие случайно.

Если мы интересуемся событием А, то, скорее всего, можем наблюдать, фиксировать факты его появления. Потребность в понятии вероятности и ее вычисления возникнет, очевидно, только тогда, когда мы наблюдаем это событие не каждый раз, либо осознаем, что оно может произойти, а может не произойти. И в том и другом случае полезно использовать понятие частоты появления события f(A) – как отношения числа случаев его появления (благоприятных исходов) к общему числу наблюдений. Частота наступления случайного события зависит не только от степени случайности самого события, но и от числа (количества) наблюдений за этой СВ.

Существует два вида выборок СВ: **зависимые** и **независимые**. Если результаты измерения некоторого свойства у объектов первой выборки не оказывают влияния на результаты измерения этого свойства у объектов второй выборки, то такие выборки считаются независимыми. В тех случаях, когда результаты одной выборки влияют на результаты другой выборки, выборки считают **зависимыми**. Классический способ получения зависимых измерений – это двукратное измерение одного и того же свойства (или разных свойств) у членов одной и той же группы.

Событие А не зависит от события В, если вероятность события А не зависит от того произошло или нет событие В. События А и В независимы, если Р(АВ)=Р(А)Р(В). На практике независимость события устанавливается из условий опыта, интуиции исследователя и практики.

СВ бывает дискретной (мы можем пронумеровать ее возможные значения), например, выпадение игральной кости =4,6,2, и непрерывной (ее функция распределения F(x) – непрерывна), например, время службы лампочки.

Математическое ожидание – числовая характеристика СВ, приближенно равная среднему значению СВ:

M(x)=x1p1+x2p2+…+xnpn

2. Понятие вероятности

Теория вероятностей - это математическая теория, которая дает описание экспериментов со случайными исходами, обладающих свойством статистической устойчивости. Теория вероятностей строится как аксиоматическая теория, то есть в ее основу положена система аксиом. В свою очередь аксиомы сформулированы на основе экспериментальных данных, а именно на свойствах частоты и, в частности, на факте статистической устойчивости, состоящем в тенденции частоты $\nu(A)$ появления события A стать постоянной и равной некоторому числу $P(A)$при большом числе повторений N эксперимента G.

Таким образом, при построении теории необходимо ввести число $P(A)$ называемое вероятностью события A, что реализуется с помощью одной из аксиом, которая называется аксиомой существования вероятности. Далее необходимо рассмотреть основные свойства частот и выразить эти свойства как утверждения относительно свойств вероятностей. Эти утверждения вместе с постулатом существования вероятности образуют систему аксиом теории вероятностей.

Частоту $\nu(A)$ можно рассматривать как результат измерения (оценивания) вероятности $P(A)$ по экспериментальным данным. Таким образом, равенство $P(A)=p$ означает, что при большом числе N опытов $\nu(A)\approx p$, а ошибка $|\nu(A)-p|$ имеет тенденцию снижаться с увеличением N. Поскольку $0\le n\le N$, то частота $\nu(A)=\dfrac{n}{N}$ появления события A в серии из N опытов удовлетворяет условию $0\le\nu(A)\le 1$. Аналогичному условию должна удовлетворять и вероятность: $0\le P(A)\le 1$.

Рассмотрим значения вероятности на границах интервала $[0,1]$. Пусть $P(A)=0$, тогда событие A называется невозможным и обозначается символом $\varnothing$. Для невозможного события его частота $\nu(A)\approx 0$

и имеет тенденцию приближаться к нулю с увеличением числа N опытов. Если $P(A)=1$, то событие A называется достоверным и обозначается символом E. Частота достоверного события $\nu(E)\approx 1$ и с увеличением числа N опытов имеет тенденцию приближаться к единице.

3. Алгебра событий

Рассмотрим основные операции над событиями и понятие алгебры событий. Пусть A - некоторое событие.

1. Дополнением события A называется событие $\overline{A}$, состоящее в том, что событие A не произошло. Операциям над событиями можно давать простую геометрическую интерпретацию. Рассмотрим такую интерпретацию операции дополнения. Пусть эксперимент состоит в случайном бросании точки на плоскость, при этом множество условий U таково, что исход каждого опыта – это попадание точки в область E плоскости.

По определению $\overline{A}$ – это событие, состоящее в том, что A не произошло. Поэтому в данной интерпретации $\overline{A}$ – это непопадание точки в область A, то есть $\overline{A}$ – попадание точки в заштрихованную область, рис.4.1.

2. Объединением (или суммой) двух событий A и B называется третье событие C, состоящее в том, что произошло хотя бы одно из событий A или B. Для объединения будем использовать обозначение $C=A\bigcup B$ или $C=A+B$. Признаком операции объединения двух событий может служить союз "или" между ними. Операции объединения, аналогично дополнению, можно дать геометрическую интерпретацию. Пусть A – событие, состоящее в том, что случайно брошенная на плоскость точка попала в область, обозначенную также A, рис. 4.2. Аналогично событие B – это попадание точки в область B. Операция объединения определяется для произвольного числа событий. Например, событие $C=A\bigcup B\bigcup\cdots$ состоит в том, что происходит хотя бы одно из событий A, B … . Событие $D=\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$ состоит в том, что происходит хотя бы одно из событий $A_1 \ldots A_n$. Очевидно операция объединения коммутативна по определению: $A\bigcup B=B\bigcup A$ и ассоциативна, что также следует из определения: $(A\bigcup B)\bigcup C=A\bigcup(B\bigcup C)$.

3. Пересечением (или произведением) двух событий A и B называется третье событие C, состоящее в том, что произошли оба события A и B. Для обозначения операции пересечения будем использовать обозначения $C = A \bigcap B$ или $C = AB$. Операция пересечения, также как и операция объединения, определяется для произвольного числа событий. Например, событие $C = A \bigcap B \bigcap \cdots$ состоит в том, что происходят все события $A, B \ldots$ Событие $D = \bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$ состоит в том, что происходят все события $A_1, \ldots, A_n$. По определению операция пересечения коммутативна, то есть выполняется условие: $A \bigcap B = B \bigcap A$, а также ассоциативна:

$$(A \bigcap B) \bigcap C = A \bigcap (B \bigcap C).$$

Операции объединения $\bigcup$ и пересечения $\bigcap$ взаимно дистрибутивны. В частности, операция объединения дистрибутивна относительно пересечения:

$$A \bigcup (B \bigcap C) = (A \bigcup B) \bigcap (A \bigcup C).$$

Отметим, что если в для операции объединения используется знак "+", а для пересечения – отсутствие знака, то принимает хорошо знакомый вид: $A(B + C) = (AB) + (AC)$ – закона дистрибутивности умножения относительно сложения в алгебре чисел. В отличие от этого закон дистрибутивности сложения относительно умножения не имеет аналога в алгебре чисел.

Рассмотренные операции над событиями носят алгебраический характер. Поэтому в теории вероятностей важное значение имеет алгебра событий, которая определяется следующим образом.

Система событий F называется алгеброй событий, если для любой пары событий A и B из условий $A \in \mathsf{F}, B \in \mathsf{F}$ следует, что события $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \bigcap B$, $A \bigcup B$ содержатся в F.

Говорят, что алгебра событий – это система событий, замкнутая относительно операций дополнения, пересечения и объединения.

4. Основная терминология в алгебре событий

Событие A называется невозможным, если $P(A) = 0$. Для обозначения невозможного события будем использовать символ $\varnothing$. Событие A называется достоверным, если $P(A) = 1$. Обозначается достоверное событие символом E. Очевидно $\varnothing \bigcap E = \varnothing$, $\overline{\varnothing} = E$. События

A и $\overline{A}$ называются противоположными. Имеют место равенства $\overline{\overline{A}} = A$, $A \bigcap \overline{A} = \varnothing$, $A + \overline{A} = E$.

События A и B называются несовместными, если $A \bigcap B = \varnothing$. Поскольку $A\overline{A} = \varnothing$, то события A и $\overline{A}$ – несовместные. События $A_1,...,A_n$ образуют полную группу, если $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = E$. Это означает, что в результате опыта появится хотя бы одно из событий, образующих полную группу.

События A и B называются независимыми, если $P(A)$ не зависит от того произошло событие B или нет, и наоборот, $P(B)$ не зависит от того произошло или нет событие A.

Если событие A происходит всякий раз, когда происходит событие B, то A называется следствием события B, это записывается в виде соотношения $B \subset A$ или $A \supset B$,что читается как "из B следует A" и "A есть следствие B". Отношению следствия можно дать геометрическую интерпретацию. Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то события A и B называются эквивалентными, это записывается в виде $A = B$. Событие C, состоящее в том, что событие A произошло, а событие B не произошло, называется разностью событий A и B и обозначается $C = A \setminus B$.

Библиография

1. Головина, Г. М., Крылов, В. Ю., Савченко, Т. Н. Математические методы в современной психологии: статус, разработка, применение / Г.М. Головина, В.Ю. Крылов, Т.Н. Савченко. - М.: Изд-во Института психологии РАН. - 1995. – 260с.
2. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
3. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
4. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Лекция 4.
Случайные величины и их характеристики. Законы распределения случайных величин.

1. Понятие случайной величины.
2. Закон распределения случайных величин.
3. Биномиальное распределение (распределение Бернулли).
4. Распределение Пуассона.
5. Нормальное (гауссовское) распределение.
6. Равномерное распределение.
7. Распределение Стьюдента.

1. Понятие случайной величины

Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, неизвестно заранее, какое именно.

Дискретной (прерывной) случайной величиной называется случайная величина, принимающая отдельные друг от друга значения, которые можно перенумеровать.

Непрерывной случайной величиной называется случайная величина, возможные значения которой непрерывно заполняют какой-то промежуток.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Закон распределения может иметь разные формы.

Рядом распределения дискретной случайной величины **X** называется таблица, где перечислены возможные (различные) значения этой случайной величины $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, ..., $\mathbf{x_n}$ с соответствующими им вероятностями $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$, ..., $\mathbf{p_n}$:

x_i	x_1	x_2	…	x_n
p_i	p_1	p_2		p_n

Законом распределения случайной дискретной величины (X) называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины $(x_1,x_2,...x_n)$ и соответствующими им вероятностями $(p_1,p_2,... ,p_n)$. При этом события $(x_1,x_2,...x_n)$ образуют полную группу (т.е. появление одного из них является достоверным событием), что означает

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

Про случайную величину *X* в таком случае говорят, что она подчинена данному закону распределения.

2. Закон распределения случайных величин

Подчиняются ли каким-либо законам явления, носящие случайный характер? Да, но эти законы отличаются от привычных нам физических законов. Значения СВ невозможно предугадать даже при известных условиях эксперимента, мы можем лишь указать вероятности того, что СВ примет то или иное значение. Зато зная распределение вероятностей СВ, мы можем делать выводы о событиях, в которых участвуют эти случайные величины. Правда, эти выводы будут также носить вероятностный характер.

Пусть некоторая СВ является дискретной, т.е. может принимать лишь фиксированные значения Xi. В этом случае ряд значений вероятностей P(Xi) для всех (i=1…n) допустимых значений этой величины называют её законом распределения.

Закон распределения СВ - это отношение, устанавливающее связь между возможными значениями СВ и вероятностями, с которыми принимаются эти значения. Закон распределения полностью характеризует СВ.

При построении математической модели для проверки статистической гипотезы необходимо ввести математическое предположение о законе распределения СВ (параметрический путь построения модели).

Непараметрический подход к описанию математической модели (СВ не имеет параметрического закона распределения) менее точен, но имеет более широкую область применения.

Точно также, как и для вероятности случайного события, для закона распределения СВ есть только два пути его отыскания. Либо мы строим схему случайного события и находим аналитическое выражение (формулу) вычисления вероятности (возможно, кто–то уже сделал или сделает это за нас!), либо придется использовать эксперимент и по частотам наблюдений делать какие–то предположения (выдвигать гипотезы) о законе распределения.

Конечно же, для каждого из "классических" распределений уже давно эта работа проделана – широко известными и очень часто используемыми в прикладной статистике являются биномиальное и полиномиальное распределения, геометрическое и гипергеометрическое, распределение Паскаля и Пуассона и многие другие.

Для почти всех классических распределений немедленно строились и публиковались специальные статистические таблицы, уточняемые по мере увеличения точности расчетов. Без использования многих томов этих таблиц, без обучения правилам пользования ими последние два столетия практическое использование статистики было невозможно.

Сегодня положение изменилось – нет нужды хранить данные расчетов по формулам (как бы последние не были сложны!), время на использование закона распределения для практики сведено к минутам, а то и секундам. Уже сейчас существует достаточное количество разнообразных пакетов прикладных компьютерных программ для этих целей.

Среди всех вероятностных распределений есть такие, которые используются на практике особенно часто. Эти распределения детально изучены и свойства их хорошо известны. Многие из этих распределений лежат в основе целых областей знаний – таких, как теория массового обслуживания, теория надежности, контроль качества, теория игр и т.п.

3. Биномиальное распределение (распределение Бернулли)

Возникает в тех случаях, когда ставится вопрос: сколько раз происходит некоторое событие в серии из определенного числа независимых наблюдений (опытов), выполняемых в одинаковых условиях.

Для удобства и наглядности будем полагать, что нам известна величина p – вероятность того, что вошедший в магазин посетитель окажется покупателем и (1– p) = q – вероятность того, что вошедший в магазин посетитель не окажется покупателем.

Если X – число покупателей из общего числа n посетителей, то вероятность того, что среди n посетителей оказалось k покупателей равна

$$P(X=k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ где } k=0,1,\ldots n$$

Формулу (1) называют формулой Бернулли. При большом числе испытаний биномиальное распределение стремиться к нормальному.

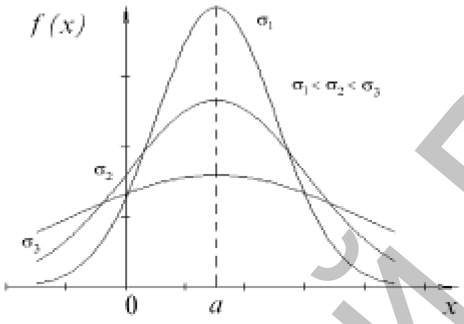
4. Распределение Пуассона

Играет важную роль в ряде вопросов физики, теории связи, теории надежности, теории массового обслуживания и т.д. Всюду, где в течение определенного времени может происходить случайное число каких-то событий (радиоактивных распадов, телефонных вызовов, отказов оборудования, несчастный случаях и т.п.).

Рассмотрим наиболее типичную ситуацию, в которой возникает распределение Пуассона. Пусть некоторые события (покупки в магазине) могут происходить в случайные моменты времени. Определим число появлений таких событий в промежутке времени от 0 до T.

Случайное число событий, происшедших за время от 0 до T, распределено по закону Пуассона с параметром l=aT, где a>0 – параметр задачи, отражающий среднюю частоту событий. Вероятность k покупок в течение большого интервала времени, (например, – дня) составит

$$P(Z=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$



5. Нормальное (гауссовское) распределение

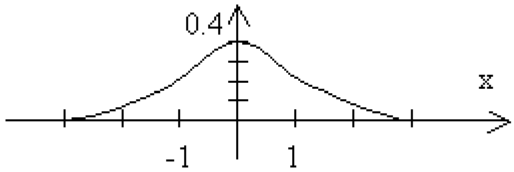
Нормальное (гауссовское) распределение занимает центральное место в теории и практике вероятностно-статистических исследований. В качестве непрерывной аппроксимации к биномиальному распределению его впервые рассматривал А.Муавр в 1733 г. Через некоторое время нормальное распределение снова открыли и изучили К.Гаусс (1809 г.) и П.Лаплас, которые пришли к нормальной функции в связи с работой по теории ошибок наблюдений.

Непрерывная случайная величина *X* называется распределенной по нормальному закону, если ее плотность распределения равна

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp -\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2,$$

$$-\infty < x < \infty, \quad \sigma > 0, \quad -\infty < \mu < \infty.$$

где μ совпадает с математическим ожиданием величины X: μ = M(X), параметр s совпадает со средним квадратическим отклонением величины X: s =s(X). График функции нормального распределения, как видно из рисунка, имеет вид куполообразной кривой, называемой Гауссовой, точка максимума имеет координаты (a; $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$). Значит, эта ордината убывает с возрастанием значения s (кривая «сжимается» к оси Ox) и возрастает с убыванием значения s (кривая «растягивается» в положительном направлении оси Oy). Изменение значений параметра μ (при неизменном значении s) не влияет на форму кривой, а лишь перемещает кривую вдоль оси Ox.



Нормальное распределение с параметрами μ =0 и s=1 называется нормированным. Функция распределения СВ в этом случае будет иметь вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Эта кривая при μ=0, σ=1 получила статус стандарта, ее называют единичной нормальной кривой, то есть любые собранные данные стремятся преобразовать так, чтобы кривая их распределения была максимально близка к этой стандартной кривой.

Нормализованную кривую изобрели для решения задач теории вероятности, но оказалось на практике, что она отлично аппроксимирует распределение частот при большом числе наблюдений для множества переменных. Можно предположить, что не имея материальных ограничений на количество объектов и время проведения эксперимента, статистическое исследование приводится к нормально кривой.

6. Равномерное распределение

Равномерное распределение вероятностей является простейшим и может быть как дискретным, так и непрерывным. Дискретное равномерное распределение – это такое распределение, для которого вероятность каждого из значений СВ одна и та же, то есть:

$$P(x) = 1/N$$

где N – количество возможных значений СВ.

Распределение вероятностей непрерывной СВ X, принимающие все свои значения из отрезка [a;b] называется равномерным, если ее плотность вероятности на этом отрезке постоянна, а вне его равна нулю:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x < a \\ \dfrac{1}{b-a} & при \quad a \le x \le b \\ 0 & при \quad x > b \end{cases}$$

7. Распределение Стьюдента

Это распределение связано с нормальным. Если СВ x1, x2, … xn – независимы, и каждая из них имеет стандартное нормальное распределение N(0,1), то СВ имеет распределение, называемое **распределением Стьюдента**:

$$t_n = \frac{x_0}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}}$$

Библиография

1. Головина, Г.М., Крылов, В.Ю., Савченко, Т.Н. Математические методы в современной психологии: статус, разработка, применение / Г.М. Головина, В.Ю. Крылов, Т.Н. Савченко. – М.: Изд-во Института психологии РАН. – 1995. – 260 с.
2. Суходольский, Г.В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. – Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. – 2006. – 512 с.
3. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. – СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. – 1999. – 326 с.
4. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. – М.: Филин. – 2008. – 265 с.

Лекция 5.
Описательная статистика

1. Описательная статистика.
2. Первичный взгляд на данные. Графическая визуализация данных выборки. Диаграмма рассеяния.
3. Количественное описание выборочных данных.
4. Выборочное среднее значение

1. Описательная статистика

Первый раздел математической статистики – описательная статистика – предназначен для представления данных в удобном виде и описания информации в терминах математической статистики и теории вероятностей.

Основной величиной в статистических измерениях является единица статистической совокупности (например, любой из критериев оценки качества педагога-исследователя). Единица статистической совокупности характеризуется набором признаков или параметров. Значения каждого параметра или признака могут быть различными и в целом образовывать ряд случайных значений x1, x2, …, xn.

Переменная (variable) - это параметр измерения, который можно контролировать или которым можно манипулировать в исследовании. Так как значения переменных не постоянны, нужно научиться описывать их изменчивость.

Для этого придуманы описательные или дескриптивные статистики: минимум, максимум, среднее, дисперсия, стандартное отклонение, медиана, квартили, мода.

Относительное значение параметра - это отношение числа объектов, имеющих этот показатель, к величине выборки. Выражается относительным числом или в процентах (процентное значение).

Удельное значение данного признака - это расчетная величина, показывающая количество объектов с данным показателем, которое содержалось бы в условной выборке, состоящей из 10, или 100, 1000 и т. д. объектов.

Минимум и максимум – это минимальное и максимальное значения переменной.

Среднее (оценка среднего, выборочное среднее) – сумма значений переменной, деленная на n (число значений переменной). Если вы имеете значения X(1), ..., X(N), то формула для выборочного среднего имеет вид:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N}$$

Выборочное среднее является той точкой, сумма отклонений наблюдений от которой равна 0. Формально это записывается следующим образом:

$$(\bar{x} - x1) + (\bar{x} - x2) + ... + (\bar{x} - xn) = 0$$

Для оценки **степени разброса (отклонения**) какого-то показателя от его среднего значения, наряду с максимальным и минимальным значениями, используются понятия дисперсии и стандартного отклонения.

Дисперсия выборки или выборочная дисперсия (от английского variance) – это мера изменчивости переменной. Термин впервые введен Фишером в 1918 году. Выборочная дисперсия вычисляется по формуле:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

где $\bar{x}$ – выборочное среднее,

N – число наблюдений в выборке.

Дисперсия меняется от нуля до бесконечности. Крайнее значение 0 означает отсутствие изменчивости, когда значения переменной постоянны.

Стандартное отклонение, **среднее квадратическое отклонение** (от английского standard deviation) вычисляется как корень квадратный из дисперсии. Чем выше дисперсия или стандартное отклонение, тем сильнее разбросаны значения переменной относительно среднего.

$$\sigma_{эксп} = \sqrt{\sigma^2}$$

Медиана разбивает выборку на две равные части. Половина значений переменной лежит ниже медианы, половина – выше. Медиана дает общее представление о том, где сосредоточены значения переменной, иными словами, где находится ее центр. В некоторых случаях, например при описании доходов населения, медиана более удобна, чем среднее.

Рассмотрим способы определения медианы при различных значениях N. Для нахождения медианы измерения записывают в ряд по возрастанию значений. Если число измерений N нечетное, то медиана численно равна значению этого ряда, стоящему точно в середине, или на (N+1)/2 месте. Например, медиана пяти измерений: 10, 17, 21, 24, 25 – равна 21 – значению, стоящему на третьем месте (N+1)/2=(5+1)/2=3.

Если число измерений четное, то медиана численно равна среднему арифметическому значений ряда, стоящих в середине, или на N/2 и N/2+1 местах. Например, медиана восьми измерений: 5, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 9 – равна 7,5 (7+8)/2=7,5 – среднему арифметическому значений ряда, стоящих на четвертом и пятом местах (N/2=8/2=4 и N/2+1=4+1=5).

Квартили представляют собой значения, которые делят две половины выборки (разбитые медианой) еще раз пополам (от слова кварта – четверть).

Различают верхнюю квартиль, которая больше медианы и делит пополам верхнюю часть выборки (значения переменной больше медианы), и нижнюю квартиль, которая меньше медианы и делит пополам нижнюю часть выборки. Нижнюю квартиль часто обозначают символом 25%, это означает, что 25% значений переменной меньше нижней квартили. Верхнюю квартиль часто обозначают символом 75%, это означает, что 75% значений переменной меньше верхней квартили. Таким образом, три точки – нижняя квартиль, медиана и верхняя квартиль - делят выборку на 4 равные части. ¼ наблюдений лежит между минимальным значением и нижней квартилью, ¼ - между нижней квартилью и медианой, ¼ - между медианой и верхней квартилью, ¼ - между верхней квартилью и максимальным значением выборки.

Мода представляет собой максимально часто встречающееся значение переменной (иными словами, наиболее «модное» значение переменной), например, популярная передача на телевидении, модный цвет платья или марка автомобиля и т.д, Сложность в том, что редкая совокупность имеет единственную моду. (Например: 2, 6, 6, 8, 9, 9, 9, 10 – мода = 9).

Если распределение имеет несколько мод, то говорят, что оно мультимодально или многомодально (имеет два или более «пика»).

Ассиметрия – это свойство распределения выборки, которое характеризует несимметричность распределения СВ. На практике симметричные распределения встречаются редко и чтобы выявить и оценить степень асимметрии, вводят следующую меру:

$$A_{s} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 / n}{\sigma^3}$$

Асимметрия бывает положительной и отрицательной. Положительная сдвигается влево, а отрицательная – вправо.

Эксцесс – это мера крутости кривой распределения.
Эксцесс равен:

$$E_x = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 / n}{\sigma_x^4} - 3$$

Кривая распределения может быть островершинной, плосковершинной, средне вершинной. Эти четыре момента составляют набор особенностей распределения при анализе данных. Для нормального распределения A=0, E=0.

2. Первичный взгляд на данные. Графическая визуализация данных выборки. Диаграмма рассеяния

Качество данных, подлежащих анализу, должно быть предварительно оценено. Если есть возможность, должны быть просмотрены альтернативные источники (архивы) данных. Полезно знать природу данных, какие методы применялись для их сбора, имеется ли возможность расширить выборку и т.п. Данные могут быть приняты, по тем или иным соображениям, как выборка из известной генеральной совокупности или получены модельным путем. Модельный путь формирования выборки, принадлежащей определенной генеральной совокупности, – получение данных с помощью специальной компьютерной программы – **генератора случайных чисел**. Обычно, генераторы случайных чисел позволяют получить наиболее распространенные типы распределений – равномерное, гауссово, Пуассона, биномиальное и т.д. Следует знать, что не все программные реализации генераторов случайных (правильнее – псевдослучайных) чисел гарантируют хорошего качества модельную выборку с заданным типом распределения. В состав надстройки «Пакет анализа» MS Excel входит утилита

Генерация случайных чисел. Используется для заполнения диапазона случайными числами, извлеченными из одного или нескольких распределений. С помощью данной процедуры можно моделировать объекты, имеющие случайную природу, по известному распределению вероятностей. Например, можно использовать нормальное распределение для моделирования совокупности данных по росту индивидуумов, или использовать распределение Бернулли для двух вероятных исходов, чтобы описать совокупность результатов бросания монеты.

В ряде случаев, особенно когда объем выборки достаточно велик и никаких разумных предположений относительно природы генеральной совокупности не имеется, полезно принять сами данные за «генеральную совокупность» и работать с выборками из нее. (Этот путь годится, если не противоречит смыслу задачи.) В состав пакета анализа MS Excel входит утилита

Выборка. Создает выборку из генеральной совокупности, рассматривая входной диапазон (данные) как генеральную совокупность. Если совокупность слишком велика для обработки или построения диаграммы, можно использовать представительную выборку. Кроме того, если предполагается периодичность входных данных, то можно создать выборку, содержащую значения только из отдельной части цикла. Например, если входной диапазон содержит данные для квартальных продаж, создание выборки с периодом 4 разместит в выходном диапазоне значения продаж из одного и того же квартала.

С целью анализа качества данных полезно вначале провести графическую визуализацию выборки. Точечное графическое представление, ставящее в соответствие порядковому номеру, времени или другой подходящей категории данные выборки называется **диаграммой рассеяния**. Для графического представления данных в пространстве более 3-х измерений (многомерные таблицы), применяются сечения. Простейшая диаграмма рассеяния – графическое отображение реализаций случайной величины на плоскости. По горизонтальной оси откладывается номер опыта, а по вертикальной – выборочные значения случайной величины. Диаграмма рассеяния позволяет визуально оценить область локализации (концентрации) и степень разброса данных.

3. Количественное описание выборочных данных

После построения и заполнения таблиц выборочными данными приступают к их числовому описанию. Определяют объем – количество данных и диапазон изменения случайной величины в выборке – разницу между максимальным и минимальным значением в выборке (размах). Для построения **гистограммы** – выборочного (статистического) образа функции плотности вероятности диапазон изменения случайной величины размечается на интервалы (*карманы*) и запускается процедура сортировки данных, которая отмечает **частоты** – числа попаданий данных из выборки в соответствующие карманы и строит соответствующее графическое изображение. Различают абсолютные и относительные частоты. Последние определяются как числа попаданий в интервалы-карманы, деленные на объем выборки (общее количество данных). Сумма относительных частот в гистограмме равна 1, а сами относительные частоты могут быть выражены в процентах.

Назначение карманов чаще всего эквидистантное, т.е. с равным шагом. Эмпирическое правило выбора шага – в каждый карман должно попадать не менее 5 выборочных значений. Например, если минимальное значение в выборке равно 10, максимальное – 100, а объем выборки равен 80, то следует назначить не более 80/5 = 16 карманов; выберем число карманов 15 в диапазоне [10,100] с равным шагом в (100 – 10)/15 = 6, тогда границы интервалов карманов задаются числами 10, 16, 22, …. 94, 100.

Для построения выборочного образа функции распределения вероятности – **диаграммы накопленных частот**, данные гистограммы относительных частот суммируются по всем предыдущим карманам в каждый следующий интервал-карман.

Для вычисления частотных распределений и построения графических изображений гистограмм и **полигонов частот** (тип представления выборочного распределения, в котором точки, соответствующие высотам столбиков гистограммы, соединены ломаной линией) в пакете анализа MS Excel применяется утилита

Гистограмма. Используется для вычисления выборочных и интегральных частот попадания данных в указанные интервалы значений. При этом рассчитываются числа попаданий для заданного интервала. Например, необходимо выявить тип распределения успеваемости в группе из 20 студентов. Таблица гистограммы состоит из границ шкалы оценок и количества студентов, уровень успеваемости которых находится между самой нижней границей и текущей границей.

Гистограммы и полигоны частот позволяют визуально оценить принадлежность выборки тому или иному типу модельного вероятностного распределения.

Описательная статистика. Служит для создания одномерного статистического отчета, содержащего информацию о центральной тенденции и изменчивости входных данных. Определяются *Среднее, Стандартная ошибка (среднего), Медиана, Мода, Стандартное отклонение, Дисперсия выборки, Эксцесс, Асимметричность, Интервал, Минимум, Максимум, Сумма, Счет, Наибольшее значение, Наименьшее значение* и *Уровень надежности выборки*.

Здесь и далее для обозначения случайных величин используются заглавные буквы латинского алфавита, горизонтальная черта над символом означает среднее значение величины. Символы μ и σ обозначают соответственно математическое ожидание (среднее генеральной совокупности) и стандартное отклонение. Объем выборки (количество данных в выборке) представлен функцией *Счет* и обозначается N.

В результате статистического анализа выборки с помощью описательной статистики мы получаем точечные или интервальные оценки параметров генеральной совокупности.

Точечные оценки представляются одним числом. Следующие оценки параметров являются точечными.

Сумма вычисляется суммированием всех выборочных данных с учетом знаков и обозначается $\sum X$.

Наименьшее и *Наибольшее значение* обозначаются, соответственно, как $\min X$ и $\max X$.

Интервал (размах) выборки определяется как разность между наибольшим и наименьшим значениями $\max X - \min X$.

Среднее (арифметическое) данных выборки вычисляется по формуле:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

Стандартная ошибка среднего (редко используется по причине сложности использования в дальнейших вычислениях) определяется формулой:

$$er\bar{r} = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{N}$$

Стандартное отклонение данных выборки (от среднего) вычисляется по формуле

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \left(\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{N} \right)}$$

Дисперсия данных выборки определяется как s^2.

Минимум и *Максимум* определяют соответственно минимальную и максимальную частоты, зафиксированные описательной статистикой в заданных интервалах анализа.

Мода – статистика, определяемая как наиболее часто встречающееся значение. Различают типы формы распределения: «одногорбое» – унимодальное, «двугорбое» – бимодальное и т.д.

Асимметрия – статистика, характеризующая несимметричность формы распределения слева и справа от линии среднего. Эталоном симметрии служит нормальное распределение.

Эксцесс – статистика, определяющая степень отличия остроты пика формы одномодального (имеющего только один максимум) распределения от нормального распределения.

Следует подчеркнуть, что точечная оценка является случайной величиной, поскольку ее значение отличается в различных выборках при наблюдении случайного явления. Точечная оценка называется несмещенной, если при повторных случайных выборках из генеральной совокупности среднее по всем выборкам значение оценки стремится к оцениваемому параметру генеральной совокупности с увеличением числа выборок.

Интервальные оценки представляются парой чисел (границами некоторого интервала); интервальные оценки даются вместе с вероятностью или **уровнем надежности (доверия)** (попадания оцениваемой величины в указанный **доверительный интервал**).

Уровень надежности – вероятность того, что истинное значение оцениваемой статистики находится в построенном (чаще всего на основе точечной оценки) доверительном интервале. Уровень надежности часто задается в процентах.

Часто возникает необходимость группирования и/или ранжирования данных. Уже в результате построения гистограммы данные оказываются сгруппированными – принадлежащими определенным интервалам (классам). Из гистограммы и полигона частот для каждого класса становятся известными соответственно **частота** и **кумулятивная (накопленная) частота**. Суммируем частоты в интервалах до и в интервалах после указанного класса и определим соответствующие процентные доли в отношении суммы всех частот – получим проценты данных, лежащих ниже и выше указанного класса; отношение частоты класса к сумме всех частот дает, очевидно, процент данных, принадлежащих классу; сумма найденных процентных значений равна 100%. Стандартными группами, формируемыми в статистике, являются **персентили (процентильные ранги), децили**, **квартили** и т.п. **Персентиль** (процентиль) – число, указывающее какой процент данных лежит ниже или выше указанного значения. Для вычисления персентиля используется формула

$$Percentile\,Rank = L\% + \left(\frac{score - LRL}{h} \cdot I\% \right)$$

где $L\%$ – процент данных, лежащих ниже указанного (критического) интервала; $I\%$ – процент данных, принадлежащих указанному интервалу; LRL – нижняя реальная граница указанного интервала; h – размер (шаг) интервала; $score$ – значение, для которого определяется персентиль. Каждый 10-ый персентиль называется децилем, каждый 25-ый квартилем (второй квартиль соответствует медиане). Обратная процедура – вычисление выборочного значения по заданному процентному рангу – считается по формуле

$$score_p = LRL + \left(\frac{Percentile\,Rank \cdot SF - SFB}{f} \cdot h \right)$$

где f – частота критического класса (интервала), которому принадлежит значение; *SFB* – сумма частот классов, лежащих ниже критического; *SF* – сумма всех частот.

В MS Excel соответствующие процедуры включены в утилиту пакета анализа

Ранг и персентиль. Используется для вывода таблицы, содержащей порядковый и процентный ранги для каждого значения в наборе данных. Данная процедура может быть применена для анализа относительного взаиморасположения данных в наборе.

Для получения удобных представлений используют перенормировки данных. Ряд перенормировок исторически связан с использованием статистических таблиц. Так, например, таблицы нормального распределения приводятся стандартно для $\mu = 0$ и $\sigma = 1$. Для того, чтобы привести экспериментальные данные форме, допускающей применение стандартных статистических таблиц, со случайной величиной следует выполнить формальное преобразование:

$$z_X = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

при неизвестных μ и σ они заменяются соответственно $\overline{X}$ и s.

4. Выборочное среднее значение

Выборочное среднее значение – статистика, ожидаемая степень изменчивости которой от выборки к выборке из данной генеральной совокупности меньше, чем изменчивость самих выборочных данных (в статистике доказывается, что среднеквадратичное отклонение выборочного среднего; аналогично для выборки). Известно также, что выборочное среднее – несмещенная оценка среднего генеральной совокупности (математического ожидания случайной величины). Однако и выборочное среднее остается (в отличие от математического ожидания!) случайной величиной. Тем самым для выборочного среднего имеют смысл собственные статистики – выборочное среднее, дисперсия и т.д.

Задача определения доверительных интервалов для среднего выборки – классическая задача статистики. Типичны три случая:

- генеральная совокупность распределена по нормальному закону с известным стандартным отклонением – для решения задачи используются параметры нормального закона; Пусть, например, имеется случайная выборка длиной $n = 144$ со средним значением $\overline{X} = 100$, взятая из генеральной совокупности длиной $N = 1000$

с известным стандартным отклонением $\sigma = 60$. Тогда 95% доверительный интервал для неизвестного значения □ среднего генеральной совокупности (математического ожидания) вычисляется следующим образом, т.е. с надежностью 95% можно утверждать, что среднее генеральной совокупности лежит в интервале между 90.89 и 109.11.

- генеральная совокупность распределена по нормальному закону, но среднеквадратичное отклонение неизвестно, а длина выборки *n* менее 30 – для решения задачи используются параметры t-распределения Стьюдента с (n-1) степенью свободы; Пусть, например, имеется случайная выборка длиной $n = 14$ со средним значением $\overline{X} = 100$ и выборочным среднеквадратичным отклонением $s = 60$. Тогда 95% доверительный интервал для неизвестного значения μ среднего генеральной совокупности (математического ожидания) вычисляется следующим образом:
$$\mu = \overline{X} \pm t_{0.025} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 100 \pm 2.16 \cdot \frac{60}{\sqrt{14}} = 100 \pm 34.637$$
т.е. с надежностью 95% можно утверждать, что среднее генеральной совокупности лежит в интервале между 65.363 и 134.637.
- распределение генеральной совокупности неизвестно, но известно ее стандартное отклонение – для решения задачи используется K – параметр из теоремы Чебышева (анализ, не зависящий от формы распределения). Пусть, например, имеется случайная выборка длиной $n = 14$ со средним значением $\overline{X} = 100$, взятая из генеральной совокупности длиной $N = 1000$ с известным стандартным отклонением $\sigma = 60$. Тогда 95% доверительный интервал для неизвестного значения μ среднего генеральной совокупности (математического ожидания) вычисляется следующим образом: $\mu = \overline{X} \pm K \cdot \sigma_{\overline{X}} = 100 \pm K \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 100 \pm K \cdot 16.035$, где *K* вычисляется по чебышевской формуле $K = \sqrt{\frac{1}{1 - 0.95}} \cong 4.47$. В результате имеем $\mu = 100 \pm 4.47 \cdot 16.035 = 100 \pm 71.679$, т.е. с надежностью 95% можно утверждать, что среднее генеральной совокупности, из которой взята выборка, лежит в интервале между 28.321 и 171.679.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. – М.: МПСИ: Флинта. – 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом иссле-

довании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. – СПб.: Речь. – 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь». - 2004. – 350 с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. – 2006. – 512 с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии / С.Г. Тарасов. – СПб.: Изд-во: Санкт-Петербург. ун-та. – 1999. – 326 с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. – М.: Филин. – 2008. – 265 с.

Лекция 6
Статистические таблицы

1. Понятие о статистической таблице. Элементы статистической таблицы.
2. Виды таблиц по характеру подлежащего.
3. Виды таблиц по разработке сказуемого.
4. Основные правила построения таблиц.
5. Чтение и анализ таблицы.
6. Таблицы сопряженности.

1. Понятие о статистической таблице. Элементы статистической таблицы

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения, как правило, излагаются в виде таблиц.

Таблица является наиболее рациональной, наглядной и компактной формой представления статистического материала.

Однако не всякая таблица является статистической. Таблица умножения, опросный лист социологического обследования и т.д. могут носить табличную форму, но еще не являются статистическими таблицами.

Статистическую таблицу от других табличных форм отличает следующее:

- она должна содержать результаты подсчета эмпирических данных;
- она является итогом сводки первоначальной информации.

Таким образом, статистической называется таблица, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам, взаимосвязанным логикой экономического анализа.

Табличная форма расположения числовой информации – это такая, при которой число располагается на пересечении четко сформулированного заголовка по вертикальному столбцу, называемому графой, и сформулированного названия по соответствующей горизонтальной полосе – строке.

Таким образом, внешне таблица представляет собой пересечение граф и строк, которые формируют ее состав. Каждое пересечение образует клетку таблицы. Размер таблицы определяется произведением числа строк на число граф.

Статистическая таблица содержит три вида заголовков: общий, верхние и боковые. Общий заголовок отражает содержание всей таблицы (к какому месту и времени она относится), располагается над ее макетом по центру и является внешним заголовком. Верхние заголовки характеризуют содержание граф (заголовки сказуемого), а боковые (заголовки подлежащего) – срок. Они являются внутренними заголовками.

Остов таблицы, заполненный заголовками, образует ее макет. Если на пересечении граф и срок записать цифры, то получается полная статистическая таблица.

Цифровой материал может быть представлен абсолютными (численность населения РФ), относительными (индексы цен на продовольственные товары) и средними (среднемесячный доход служащего коммерческого банка) величинами.

В случае необходимости таблицы могут сопровождаться примечанием, используемым с целью пояснения заголовков, методики расчета некоторых показателей, источников информации и т.д.

По логическому содержанию таблица представляет собой «статистическое предложение», основными элементами которого являются подлежащее и сказуемое.

Подлежащим статистической таблицы называется объект, характеризующийся цифрами. Это могут быть одна или несколько совокупностей, отдельные единицы совокупностей (фирмы, объединения) в порядке их перечня или сгруппированные по каким – либо признакам (отдельные территориальные единицы или временные периоды в хронологических таблицах и т.д.). Обычно подлежащее таблицы дается в левой части, в наименовании строк.

Сказуемое статистической таблицы образует система показателей, которыми характеризуется объект изучения, т.е. подлежащее таблицы. Сказуемое формирует верхние заголовки и составляет содержание граф с логически последовательным расположением показателей слева направо.

Расположение подлежащего и сказуемого может меняться местами, что зависит от достижения каждым исследователем в отдельности наиболее полного и лучшего способа прочтения и анализа исходной информации об исследуемой совокупности.

2. Виды таблиц по характеру подлежащего

В зависимости от структуры подлежащего и группировки в нем единиц различают статистические таблицы простые и сложные, а последние, в свою очередь, подразделяются на групповые и комбинационные.

В простой таблице в подлежащем дается простой перечень каких – либо объектов или территориальных единиц, т.е. в подлежащем нет группировки единиц совокупности. Простые таблицы бывают *монографические* и *перечневые*. Монографические таблицы характеризуют не всю совокупность единиц изучаемого объекта, а только одну какую-либо группу из него, выделенную по определенному, заранее сформулированному признаку.

Таким образом, простыми перечневыми таблицами называются таблицы, подлежащее которые содержит перечень единиц изучаемого объекта.

Подлежащее простой таблицы может быть сформировано по следующим принципам: видовому; территориальному; временному и т.д.

Простые таблицы не дают возможности выявить социально-экономические типы изучаемых явлений, их структуру, а также взаимосвязи и взаимозависимости между характеризующими их признаками.

Эти задачи более полно решаются с помощью сложных: групповых и особенно комбинационных таблиц.

Групповыми называются статистические таблицы, подлежащее которых содержит группировку единиц совокупности по одному количественному или атрибутивному признаку. Сказуемое в групповых таблицах состоит из числа показателей, необходимых для характеристики подлежащего.

Простейшим видом групповых таблиц являются атрибутивные и вариационные ряды распределения. Групповая таблица может быть более сложной, если в сказуемом приводится не только число единиц в каждой группе, но и ряд других важных показателей, количественно и качественно характеризующих группы подлежащего. Такие таблицы используются в целях сопоставления обобщающих показателей по группам, что позволяет делать определенные практические выводы.

Таким образом, групповые таблицы позволяют выявить и охарактеризовать социально – экономические типы явлений, их структуру в зависимости только от одного признака.

Комбинационными называются статистические таблицы, подлежащее которых содержит группировку единиц совокупности одновременно по двум и более признакам: каждая из групп, построенная по одному признаку, разбивается, в свою очередь, на подгруппы по какому – либо другому признаку и т.д.

Подлежащим в таблице являются группы предприятий по величине уставного капитала и числу занятых. Из табл.4 видно, что между величиной уставного капитала и числом реализованных акций имеется определенная, не ярко выраженная зависимость, которая наиболее часто проявляется в зависимости от числа занятых на этих предприятиях.

Комбинационные таблицы позволяют характеризовать типические группы, выделенные по нескольким признакам, и связь между последними. Последовательность разбиения единиц совокупности на однородные группы по признакам определяется либо важностью одного из них в их комбинации, либо порядком их изучения. Групповые и комбинационные таблицы позволяют глубже раскрыть сущность и закономерность изучаемых социально – экономических явлений и процессов.

3. Виды таблиц по разработке сказуемого

В сказуемом статистической таблицы, как уже говорилось, приводятся показатели, которые являются характеристикой изучаемого объекта. Эту характеристику можно давать небольшим числом показателей или целой системой показателей.

По структурному строению сказуемого различают статистические таблицы с простой и сложной его разработкой.

При **простой разработке сказуемого** показатель, определяющий его, не подразделяется на подгруппы, и итоговые значения получаются путем простого суммирования значений по каждому признаку отдельно независимо друг от друга. Примером простой разработки сказуемого может служить следующий фрагмент статистической таблицы.

После заполнения данного фрагмента таблицы получается подробная характеристика приватизированных предприятий по структуре их субъектов – владельцев. По каждому предприятию можно получить информацию о числе и ценовых условиях продажи акций.

Сложная разработка сказуемого предполагает деление признака, формирующего его, на подгруппы. При сложной разработке сказуемого получается более полная и подробная характеристика объекта. Здесь оба признака сказуемого (ценовой и видовой) тесно связаны друг с другом. Можно проанализировать не только количество приобретенных акций по видам и условиям приобретения их сотрудниками приватизированных предприятий, но и определить число привилегированных и обыкновенных акций, приобретенных на разных ценовых условиях. Итак, при сложной разработке сказуемого каждая группа предприятий или каждое предприятие в отдельности могут быть охарактеризованы различной комбинацией признаков, формирующих сказуемое.

Однако сложная разработка сказуемого может привести к безмерному увеличению размерности статистических таблиц, что, в свою очередь, снижает их наглядность, чтение и анализ.

Поэтому исследователь при построении статистических таблиц должен руководствоваться оптимальным соотношением показателей сказуемого и учитывать как положительные, так и отрицательные моменты сложной разработки показателей сказуемого.

4. Основные правила построения таблиц

Статистические таблицы как средство наглядного и компактного представления цифровой информации должны быть статистически правильно оформлены.

Основные приемы, определяющие технику формирования статистических таблиц, следующие.

1. Таблица должна быть компактной и содержать только те исходные данные, которые непосредственно отражают исследуемое социально – экономическое явление в статике и динамике и необходимы для познания его сущности.

Следует избегать ненужной, второстепенной, бессодержательной к данному объекту исследования информации. Цифровой материал необходимо излагать таким образом, чтобы при анализе таблицы сущность явления раскрывалась чтением строк слева направо и сверху вниз.

2. Заголовок таблицы и названия граф и строк должны быть четкими, краткими, лаконичными, представлять собой законченное целое, органично вписывающееся в содержание текста.

Необходимо избегать большого количества точек и запятых в названиях таблицы и граф, затрудняющих чтение таблицы.

Если название таблицы состоит из двух и более предложений, точка ставится с целью отделения предложений друг от друга, но не после последнего.

В заголовках граф допускаются точки только при необходимых сокращениях. В заголовке таблицы должны найти отражение объект, признак, время и место совершения события. Например: «Курс доллара США на торгах ММВБ в 1997 г.» Но при этом следует помнить, что чем более краток и лаконичен текст заголовка таблицы, тем она яснее и доходчивее для чтения и анализа, естественно, если это осуществляется не в ущерб ее точности и познавательности. Заголовки таблицы, граф и строк пишутся полностью, без сокращений.

3. Информация, располагаемая в столбцах (графах) таблицы, завершается итоговой строкой. Существуют различные способы соединения слагаемых граф с их итогом:

- строка «Итого» или «Всего» завершает статистическую таблицу;
- итоговая строка располагается первой строкой таблицы и соединяется с совокупностью ее слагаемых словами «В том числе».

В групповых и комбинационных таблицах всегда необходимо давать итоговые графы и строки.

4. Для того, чтобы было легче читать и анализировать достаточно большие таблицы (по количеству приведенных строк) целесообразно оставлять двойной промежуток после каждых пяти (и далее кратных пяти) строк.

5. Если названия отдельных граф повторяются между собой, содержат повторяющиеся термины или несут единую смысловую нагрузку, то им необходимо присвоить общий объединяющий заголовок. Данный прием используется и для подлежащего, и для сказуемого таблиц.

6. Графы и строки полезно нумеровать. Графы, слева заполненные названием строк, принято обозначать заглавными буквами алфавита (А), (В) и т.д., а все последующие графы – номерами в порядке возрастания.

7. Взаимосвязанные и взаимозависимые данные, характеризующие одну из сторон анализируемого явления (например, число предприятий и удельный вес заводов (в % к итогу), абсолютный прирост и темп роста и т.д.), целесообразно располагать в соседних друг с другом графах.

8. Графы и строки должны содержать единицы измерения, соответствующие поставленным в подлежащем и сказуемом показателям. При этом используются общепринятые сокращения единиц измерения (чел., руб., кВт/ч и т.д.).

9. Лучше всего располагать в таблицах сопоставляемую в ходе анализа цифровую информацию в одной и той же графе, одну под другой, что значительно облегчает процесс их сравнения. Поэтому в групповых таблицах, например, группы по изучаемому признаку более грамотно располагать в порядке убывания или возрастания его значений при сохранении логической связи между подлежащими и сказуемыми таблицы.

10. Для удобства работы числа в таблицах следует представлять в середине граф, одно под другим: единицы под единицами, запятая под запятой, четко соблюдая при этом их разрядность.

11. По возможности числа целесообразно округлять. Округление чисел в пределах одной и той же графы или строки следует проводить с одинаковой степенью точности (до целого знака или до десятого и т.д.).

Если все числа одной и той же графы или строки даны с одним десятичным знаком, а одно из чисел имеет два и более знака после запятой, то числа с одним знаком после запятой следует дополнять нулем, тем самым подчеркнув их одинаковую точность.

12. Отсутствие данных об анализируемом социально – экономическом явлении может быть обусловлено различными причинами, что по – разному отмечается в таблице:

а) если данная позиция (на пересечении соответствующих графы и строки) вообще не подлежит заполнению, то ставится знак «Х»;

б) когда по какой – либо причине отсутствуют сведения, то ставится многоточие «…» или «Нет свед.», или «Н. св.»;

Для отображения очень малых чисел используют обозначения (0,0) или (0,00), предполагающие возможность наличие числа.

13. В случае необходимости дополнительной информации – разъяснений – к таблице могут даваться примечания.

Соблюдение приведенных правил построения и оформления статистических таблиц делает их основным средством представления, обработки и обобщения статистической информации о состоянии и развитии анализируемых социально – экономических явлений.

5. Чтение и анализ таблицы

Анализу статистических таблиц предшествует этап ознакомления – их чтения. Чтение и анализ таблиц должны осуществляться не хаотично, а в определенной последовательности. Чтение предполагает, что исследователь, прочитав слова и числа таблицы, усвоил ее содержание, сформулировал первые суждения об объекте, уяснил назначение таблицы, понял ее содержание в целом, дал оценку явлению или процессу, описанному в таблице.

Анализ таблицы как метод научного исследования путем разбиения предмета изучения на части делится на структурные и содержательный. Структурный анализ предполагает анализ строения таблицы, характеристику представленных в таблице:

- совокупности и единиц наблюдения, формирующих ее;
- признаков и их комбинаций, формирующих подлежащее и сказуемое таблицы;

- признаков: количественных или атрибутивных;
- соотношения признаков подлежащего с показателями сказуемого;
- вида таблицы: простая или сложная, а последняя – групповая или комбинационная;
- решаемых задач – анализ структуры, типов явлений или их взаимосвязей.

Содержательный анализ предполагает изучение внутреннего содержания таблицы: анализ отдельных групп подлежащего по соответствующим признакам сказуемого; выявление соотношения и пропорций между группами явлений по одному и разным признакам; сравнительный анализ и формулировку выводов по отдельным группам и по всей совокупности в целом; установление закономерностей и определение резервов развития изучаемого объекта.

Прежде чем приступать к анализу числовой информации, необходимо проверить ее достоверность и научную обоснованность. Исследователь должен убедиться в достоверности и надежности источника информации данных и критически оценить их цифровые значения. Следует произвести логическую и счетную проверки данных. **Логическая проверка** состоит в возможности определения конкретных признаков теми или иными числовыми значениями (например, абсурдно, если численность работающих на фирме составила 106,7 человека). **Счетная проверка** предполагает выборочный расчет отдельных значений признаков по группе, либо итоговых значений строк или граф и т.д.

Анализ данных таблиц производится по каждому признаку в отдельности, затем в логико-экономическом сочетании всей совокупности признаков в целом.

Анализ отдельных признаков и групп необходимо начинать с изучения абсолютных, затем - связанных с ними относительных величин. При анализе данных следует рассматривать динамику каждого признака за весь период, переходя при этом от одного к другому.

Анализ таблиц может быть дополнен расчетными относительными и средними величинами, если этого требуют задачи исследования.

Для получения более полного и наглядного представления об изучаемых явлениях и процессах по данным статистических таблиц строятся графики, диаграммы и т.д.

Анализ групповых и комбинационных таблиц позволяет охарактеризовать типы социально – экономических явлений, структуру совокупности, соотношения и пропорции между отдельными группами и единицами наблюдения; выявить характер и направление взаимосвязей и взаимозависимостей между различными, определенными логикой экономического анализа, сочетаниями признаков и зависимости признаков – следствия от признаков – причин.

Соблюдение правил и последовательности работы со статистическими таблицами помогает исследователю осуществлять научно обоснованный экономико-статистический анализ объектов и процессов.

6. Таблицы сопряженности

Таблицей сопряженности называется таблица, которая содержит сводную числовую характеристику изучаемой совокупности по двум и более атрибутивным (качественным) признакам или комбинации количественных и атрибутивных признаков.

Таблицы сопряженности получили наибольшее распространение при изучении социальных явлений и процессов: общественного мнения, уровня и образа жизни, общественно-политического строя и т.д.

Наиболее простым видом таблиц сопряженности является таблица частот 2 x 2.

Общая схема таблицы частот 2 x 2

	B_1	B_2	**Всего**
A_1	f_{11}	f_{12}	f_{10}
A_2	f_{21}	f_{22}	f_{20}
Всего	f_{01}	f_{02}	f_{00}

Построение данной таблицы исходит из предложения, что ответы респондентов или анализируемые атрибутивные признаки будут принимать только два значения A_1 и A_2, B_1 и B_2. Внутреннее цифровое наполнение таблицы представляют частоты (fij), обладающие одновременно i-м (i = 1,2) значением одного (Ai) и j-м (j = 1,2) значением (Bj) другого качественного признака.

Итоговая графа и срока содержат информацию о количественном распределении совокупности соответственно по A и B атрибутивным признакам.

Для более полного описание и анализа явлений и процессов, характеризующихся атрибутивными признаками, используются таблицы *сопряженности большей разномерности: i x j*, где i = 1,2, …, к – число вариантов значений (например, ответов респондентов и т.д.) одного признака (например, признака A); j = 1, 2, …, n – число вариантов значений другого признака (B).

Общая схема таблицы сопряженности большей размерности

	B_1	B_2	…	B_j	Всего
A_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1j}	f_{10}
A_2	f_{21}	f_{22}	…	f_{2j}	f_{20}
…	…	…	…	…	…
A_i	f_{i1}	f_{i2}	…	f_{ij}	f_{i0}
Всего	f_{01}	f_{02}	…	f_{0j}	f_{00}

Принцип взаимной сопряженности наиболее эффективен при выявлении и оценке взаимосвязей и взаимозависимостей между социальными явлениями и процессами.

Библиография

1. Долгушевский Ф.Г., Козлов В.С., Полушин М.И., Эрлих Я.М. Общая теория статистики. – М.: Статистика. - 2007. - 384 с.
2. Бызов Л.А. Графические методы в статистике, планировании и учете: Пособие для экономических вузов и для самообразования. – М.: Госпланиздат. - 2000. – 120с.
3. Герчук Я.П. Графические методы в статистике. – М.: Статистика. – 2008. – 520с.
4. Курс лекций по общей теории статистики / Под ред. В.Е. Овсиенко. – М.: МЭСИ. - 1976. – 231 с.
5. Кан Ю. Описательная и индивидуальная статистика. – М.: Финансы и статистика. – 2001. – 171с.

Лекция 7
Шкалы измерения

1. Понятие измерения.
2. Измерительные шкалы.

1. Понятие измерения

В своей работе психолог достаточно часто сталкивается с проблемой измерения индивидуально-психологических особенностей (например, креативность, нейротизм, импульсивность, свойства нервной системы и т. д.). Для этого в психодиагностике разрабатываются специальные измерительные процедуры, в том числе и тесты. Помимо того в психологии широко используются экспериментальные методы и модели исследования психических феноменов в познавательной и личностной сферах. Это могут быть модели процессов познания (восприятия, памяти, мышления) или особенности мотивации, ценностных ориентации личности и т.п. Главное заключается в том, что в ходе эксперимента изучаемые характеристики могут получать количественное выражение. Количественные данные, полученные в ходе эксперимента по определенным измерительным процедурам, используются затем для статистической обработки.

Измерение в самом широком смысле может быть определено как приписывание чисел объектам или событиям, которое осуществляется по определенным правилам. Эти правила должны устанавливать соответствие между некоторыми свойствами рассматриваемых объектов, с одной стороны, и рядом чисел - с другой. В целом можно сказать, что измерение - это процедура, с помощью которой измеряемый объект сравнивается с некоторым эталоном и получает численное выражение в определенном масштабе или шкале. Именно закодированная в числовой форме информация позволяет использовать математические методы и выявлять то, что без обращения к числовой интерпретации могло бы остаться скрытым.

Любой вид измерения предполагает наличие единиц измерения. Единица измерения это та «измерительная палочка», как говорил С. Стивене, которая является условным эталоном для осуществления тех или иных измерительных процедур. В естественных науках и технике существуют стандартные единицы измерения (градус, метр, ампер и т.д.).

Психологические переменные за единичными исключениями не имеют собственных измерительных единиц. Поэтому в большинстве случаев значение психологического признака определяется при помощи специальных измерительных шкал.

2. Измерительные шкалы

С. Стивенсом предложена классификация из четырех типов шкал измерения: номинальная, порядковая, интервальная и шкала отношений.

Номинальная шкала (шкала наименований, номинативная шкала) состоит в присваивании какому-либо свойству или признаку определенного обозначения или символа (численного, буквенного и т.д.). По сути это- классификация свойств, группирование объектов, объединение их в классы при условии, что объекты, принадлежащие к одному классу, идентичны (или аналогичны) друг другу в отношении какого-либо признака или свойства, тогда как объекты, различающиеся по этому признаку, попадают в разные классы.

Пример: а) классификация вкусовых качеств: А - сладкое, В - горькое, С - кислое; б) цвета видимого спектра: красный, зеленый, синий и пр.; в) национальность: А белорус, В - русский, С - украинец; г) разбиение людей по четырем типам темперамента: сангвиник, флегматик, меланхолик, холерик.

Номинальная шкала определяет, что разные свойства или признаки качественно отличаются друг от друга. Привычные операции с числами - упорядочивание, сложение-вычитание, деление - при измерении в номинативной шкале теряют смысл. Так, для признаков, измеренных по этой шкале, нельзя сказать, что какой-то из них больше, а какой-то меньше, какой-то лучше, а какой-то хуже. То есть при сравнении объектов мы можем делать вывод только о том, принадлежат они к одному или разным классам, тождественны или нет по измеренному свойству.

Следует подчеркнуть, что присваиваемые объектам в номинативной шкале символы являются условными и допускаются любые замены или перестановки буквенных (численных) обозначений.

Простейший случай номинативной шкалы - дихотомическая шкала. При измерениях по этой шкале измеряемые признаки можно кодировать двумя символами или цифрами, например 0 и 1 или 3 и 5, или буквами А и Б, а также любыми двумя отличающимися друг от друга символами. Признак, измеренный по дихотомической шкале, называется альтернативным.

В **дихотомической шкале** все объекты, признаки или изучаемые свойства разбиваются на два непересекающихся класса, при этом исследователь ставит вопрос о том, «проявился» ли интересующий его признак у испытуемого или нет. Например, в конкретном исследовании признак «леворукости» проявился у 8 испытуемых из 20, то есть 8 испытуемым можно поставить цифру 1, соответствующую признаку «леворукость», остальным цифру 0, соответствующую признаку «праворукость».

Пример: а) классификация по полу: 1 - мужской, 0 - женский; б) ответы на опросник: 1 - да, 0 - нет; в) состав семьи: А - полная семья, Б -неполная семья.

В номинативной шкале можно подсчитать частоту встречаемости признака, то есть число испытуемых, явлений и т.п., попавших в данный класс и обладающих данным свойством. Допустим, мы выясняем число мальчиков и девочек в классе. Для этого мы кодируем мальчиков, например, цифрой 1, а девочек - цифрой 0. После этого подсчитываем общее количество цифр (кодов) 1 и 0. Это и есть подсчет частоты признака.

Единица измерения, которой мы при этом оперируем - количество наблюдений (испытуемых, реакций, выборов и т.п.), или частота. Точнее, единица измерения - это одно наблюдение. Общее число наблюдений (испытуемых, реакций, выборов и т.п.) принимается за 100%, и тогда можно вычислить процентное соотношение, например, мальчиков и девочек в классе.

К результатам измерений, полученным в номинативной шкале, возможно применить небольшое число статистических методов. Такие данные могут быть обработаны, например, с помощью метода %, биномиального критерия m, углового преобразования Фишера φ и др.

Порядковая шкала (ранговая шкала) - это шкала, классифицирующая по принципу «больше - меньше», «выше - ниже», «сильнее - слабее». Измерение в этой шкале предполагает приписывание объектам чисел в зависимости от степени выраженности измеряемого свойства. Если в предыдущей шкале было несущественно, в каком порядке располагаются измеренные признаки, то в порядковой шкале все признаки располагаются по рангу - от самого большего (высокого, сильного, умного и т.п.) до самого маленького (низкого, слабого, глупого и т. п.) или наоборот. Типичный и очень хорошо известный всем пример порядковой шкалы - это школьные оценки: от 5 до 1 балла или от 0 до 10 баллов.

В порядковой шкале должно быть не менее трех классов, например «положительная реакция - нейтральная реакция - отрицательная реакция» или «высокий - средний - низкий» и т. п., с тем расчетом, чтобы можно было расставить измеренные признаки по порядку.

Существует множество способов получения измерения в порядковой шкале. Но суть остается общей: при сравнении испытуемых друг с другом мы можем сказать, больше или меньше выражено свойство, но не можем сказать, насколько больше или насколько меньше оно выражено, а уж тем более - во сколько раз больше или меньше. При измерении в ранговой шкале, таким образом, из всех свойств чисел учитывается то, что они разные, и то, что одно число больше, чем другое.

Пример: а) места, занятые студентами в соревновании (1, 2, 3); б) ранг студента по среднему баллу успеваемости (1, 2, 3, 4, 5, 6 и т.д.); в) ответы на тест: 1 - никогда, 2 - иногда, 3 - часто, 4 - всегда.

В порядковой шкале мы не знаем истинного расстояния между классами, а знаем лишь, что они образуют последовательность. От классов можно просто перейти к числам, если считать, что низший класс получает ранг (код или цифру) 1, средний - 2, высший - 3 (или наоборот). Чем больше число классов разбиений всей экспериментальной совокупности, тем шире возможности статистической обработки полученных данных.

При кодировании порядковых переменных им можно приписывать любые цифры (коды), но в этих кодах (цифрах) обязательно должен сохраняться порядок, или, иначе говоря, каждая последующая цифра должна быть больше (или меньше) предыдущей, Например, необходимо закодировать уровень тревожности по пяти градациям: самый низкий - 1, низкий - 2, средний - 3, высокий - 4, самый высокий - 5.

Можно использовать и другие способы кодировки (например, 14, 23, 34, 45, 56 соответственно), однако предложенный первоначально способ кодировки является наиболее привычным и поэтому наиболее предпочтительным. Числа в ранговых шкалах обозначают лишь порядок следования признаков, а операции с числами в этой шкале - это операция с рангами.

При ранжировании необходимо учитывать два обстоятельства: 1. Установите для себя и запомните порядок ранжирования. Можно ранг 1 присваивать тому, у которого 1-е место по выраженности данного признака (например, «самый сильный»). Или можно ранг 1 присваивать тому, у которого наименьшая выраженность признака, и далее - увеличение ранга по мере увеличения уровня признака. Строгих правил выбора здесь нет, но важно помнить, в каком направлении производилось ранжирование. 2. Соблюдайте правило ранжирования для связанных рангов, когда двое или более испытуемых имеют одинаковую выраженность измеряемого свойства. В этом случае таким испытуемым присваивается один и тот же, средний ранг. Например, если вы ранжируете испытуемых по «месту в группе» и двое имеют одинаковые самые высокие исходные оценки, то обоим присваивается средний ранг 1,5: (1+2)/2=1,5. Следующему за этой парой испытуемому присваивается ранг 3 и т.д. Это правило основано на соглашении соблюдения одинаковой суммы рангов для связанных или несвязанных рангов. В соответствии с этим правилом сумма всех присвоенных рангов для группы численностью N должна равняться N(N+1)/2, вне зависимости от наличия или отсутствия связей в рангах.

В порядковой шкале применяется множество разнообразных статистических методов. Наиболее часто к измерениям, полученным в этой шкале, применяются коэффициенты корреляции Спирмена и Кендалла, кроме того, применительно к данным, полученным в этой шкале, используют разнообразные критерии различий.

Интервальная шкала (шкала интервалов) - это шкала, классифицирующая по принципу «больше на определенное количество единиц - меньше на определенное количество единиц». Каждое из возможных значений признака отстоит от другого на равном расстоянии. Главное понятие этой шкалы - интервал, который можно определить как долю или часть измеряемого свойства между двумя соседними позициями на шкале. Размер интервала - величина фиксированная и постоянная на всех участках шкалы. Для измерения посредством шкалы интервалов устанавливаются специальные единицы измерения (в психологии, например, стены и стенайны). Объекту присваивается число единиц измерения, пропорциональное выраженности измеряемого свойства. Важной особенностью шкалы интервалов является то, что у нее нет естественной точки отсчета (нуль условен и не указывает на отсутствие измеряемого свойства). Следовательно, применяя эту шкалу, мы можем судить, насколько больше или насколько меньше выражено свойство при сравнении объектов, но не можем судить о том, во сколько раз больше или меньше выражено свойство.

Пример: а) измерение температуры по шкале Цельсия (°С); б) тесты интеллекта (условная единица измерения IQ); в) 16-факторный опросник Кеттелла (сырые баллы переведены в стены).

К экспериментальным данным, полученным по этой шкале, применимо достаточно большое число статистических методов.

Шкала отношений - это шкала, классифицирующая объекты или субъекты пропорционально степени выраженности измеряемого свойства. В шкалах отношений классы обозначаются числами, которые пропорциональны друг другу: 2 так относится к 4, как 4 к 8. Это предполагает наличие абсолютной нулевой точки отсчета, поэтому при сравнении объектов мы можем сказать не только о том, насколько больше или меньше выражено свойство, но и о том, во сколько раз (на сколько процентов и т.д.) больше или меньше оно выражено. Измерив время решения задачи парой испытуемых, мы можем сказать не только о том, кто и на сколько секунд (минут) решил задачу быстрее, но и о том, во сколько раз быстрее.

Следует отметить, что, несмотря на привычность и обыденность абсолютной шкалы, в психологии она используется не часто. Возможности человеческой психики столь велики, что трудно представить себе абсолютный нуль в какой-либо измеряемой психологической переменной.

Пример: а) измерение времени реакции (обычно в миллисекундах); б) измерение абсолютных порогов чувствительности.

Перечисленные шкалы полезно характеризовать по признаку их дифференцирующей способности (мощности). В этом отношении шкалы по мере возрастания мощности располагаются следующим образом: номинальная, порядковая, интервальная, шкала отношений. Таким образом, неметрические шкалы заведомо менее мощные - они отражают меньше информации о различии объектов (испытуемых) по измеренному свойству, и, напротив, метрические шкалы более мощные, так как они лучше дифференцируют испытуемых. Поэтому если у исследователя есть возможность выбора, необходимо применить более мощную шкалу. Другое дело, что чаще такого выбора нет, и приходится использовать доступную измерительную шкалу.

Определение того, в какой шкале измерено явление (представлен признак), - ключевой момент анализа данных: от этого зависит выбор метода и интерпретация результатов.

Обычно идентификация номинативной шкалы, ее дифференциация от ранговой, а тем более от метрической шкалы не вызывает проблем.

Пример: рассмотрим вопрос анкеты «Насколько Вы уверены в своих силах?» для ответа, на который испытуемые выбирают один из предложенных вариантов:

1) совершенно уверен;
2) затрудняюсь ответить;
3) совершенно неуверен.

Если исследователя интересует, в какой степени испытуемые уверены или не уверены в своих силах, то логично предполагать, что признак представлен в порядковой шкале. Если же исследователя интересует то, как распределились ответы по вариантам или чем характеризуется каждая из трех соответствующих групп, то разумнее рассматривать этот признак как номинальный.

Значительно сложнее определить различие между порядковой и метрической шкалами. Проблема связана с тем, что измерения в психологии, как правило, косвенные. Непосредственно мы измеряем некоторые наблюдаемые явления или события: количество ответов на вопросы или заданий, решенных за отведенное время, или время решения набора заданий и т.д. Но при этом выносим суждения о некотором скрытом, латентном свойстве, недоступном прямому наблюдению: об агрессивности, общительности, способности и т.д.

Количество заданий, решенных за отведенное время, - это, конечно, измерение в метрической шкале. Но само по себе это количество нас интересует лишь в той мере, в какой оно отражает некоторую изучаемую нами способность. Соответствуют ли равные разности решенных задач равным разностям выраженности изучаемого свойства (способности)? Если ответ «да» - шкала метрическая (интервальная или равных отношений), если «нет» - шкала порядковая.

В подобных ситуациях проще всего согласиться с тем, что признак представлен в порядковой шкале. Но при этом мы существенно ограничиваем себя в выборе методов последующего анализа. Более того, переход к менее мощной шкале обрекает нас на утрату части ценной для нас эмпирической информации. Следствием этого может являться падение статистической достоверности результатов исследования. Поэтому исследователь стремиться все же найти свидетельство того, что используемая шкала - более мощная.

Задания:

Определите, в какой шкале представлено каждое из приведенных ниже измерений; наименований, порядка, интервалов, отношений.

1. Упорядочивание испытуемых по времени решения тестовой задачи.

2. Предпочтение домашних животных: собаки, кошки, крысы, никакие.

3. Воинское звание (рядовой, ефрейтор, сержант, лейтенант, капитан) как мера продвижения по службе.

4. Количество агрессивных реакций за день.

5. Академический статус (ассистент, доцент, профессор) как указание на принадлежность к соответствующей категории.

6. Упорядочивание испытуемым 18 инструментальных ценностей (по Рокичу) по степени их значимости для него.

7. Цвет волос (блондинки, брюнетки, шатенки, рыжие).

8. Время решения задачи.

9. Статус ученика в группе (звезда, предпочитаемый, принятый, непринятый).

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 8.
Средние величины. Кривая нормального распределения

1. Распределения переменных величин.

1. Распределения переменных величин

Переменная - количественно измеряемое свойство или признак, принимающий различные значения. Значения переменных могут изменяться либо непрерывно, либо дискретно. Так, в большинстве психофизиологических исследований измеряемые величины, в принципе, непрерывны, и точность их измерения зависит от точности измерительного устройства (прибора). Дискретные значения переменных встречаются в большинстве психодиагностических процедур, где измеряемый параметр чаще всего принимает целочисленные значения (количество положительных и отрицательных ответов, число правильно решенных задач и т. д.).

Понятия признака и переменной могут использоваться как взаимозаменяемые. Они являются наиболее общими. Иногда вместо них используются понятия показателя или уровня, например, уровень агрессивности, показатель вербального интеллекта и др. Понятия показателя и уровня указывают на то, что признак может быть измерен количественно, так как к ним применимы определения «высокий» или «низкий», например, высокий уровень интеллекта, низкие показатели тревожности и т.д.

Психологические переменные являются случайными величинами, поскольку заранее неизвестно, какое именно значение они примут.

Математическая обработка- это оперирование со значениями признака, полученными у испытуемых в психологическом исследовании. Такие индивидуальные результаты называют также «наблюдениями», «наблюдаемыми значениями», «вариантами», «датами», «индивидуальными показателями» и др.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Про случайную величину говорят, что она подчинена данному закону распределения.

В природе существует большое разнообразие законов распределения, объясняемое свойствами самих случайных величин и условиями, в которых они подлежат изучению (например, закон равномерного и закон нормального распределения).

Нормальный закон распределения (закон Гаусса) во всех естественных науках имеет фундаментальное значение. Из-за широкого распространения в природе он первоначально принимался за норму распределения любой случайной величины. Этим и обусловлено название «нормальный» закон. Ф. Гальтон и его последователи доказали, что и психологические особенности, например способности, подчиняются нормальному закону. Поэтому развитие измерительного подхода в психологии и статистического аппарата проверки гипотез происходило на базе этого общего закона.

Нормальное (гауссово) распределение измеряемой переменной величины встречается в тех случаях, когда переменная варьирует случайным образом и не подвержена влиянию какого-либо систематического фактора.

Свойства нормального распределения:

• Единицей измерения нормального распределения является стандартное отклонение.

• Кривая приближается к оси Z по краям асимптотически - никогда не касаясь ее.

• Кривая симметрична относительно X =0. Ее асимметрия и эксцесс равны нулю.

• Кривая имеет характерный изгиб: точка перегиба лежит точно на расстоянии в одну a от X.

• Площадь между кривой и осью Z равна 1.

Благодаря последнему свойству площадь под кривой интерпретируется как вероятность, или относительная частота. Действительно, вся площадь под кривой соответствует вероятности того, что признак примет любое значение из всего диапазона его изменчивости (от -» до +«).

Важной особенностью нормального распределения является то, что форма и положение его графика определяется только двумя параметрами: X (среднее, для генеральной совокупности оно обозначается буквой μ) и a (стандартное отклонение). Если стандартное отклонение a постоянно, а величина средней X меняется, то собственно форма нормальной кривой остается неизменной, а лишь ее график смещается вправо (при увеличении X) или влево (при уменьшении X) по оси абсцисс - ОХ. При условии постоянства средней X изменение а влечет за собой изменение только ширины кривой: при уменьшении а кривая делается более узкой и поднимается при этом вверх, а при увеличении а кривая расширяется, но опускается вниз. Однако во всех случаях нормальная кривая оказывается строго симметричной относительно средней, сохраняя правильную колоколообразную форму.

Для нормального распределения характерно совпадение величин средней арифметической, моды и медианы. Равенство этих показателей указывает на нормальность данного распределения. Это распределение обладает еще одной важной особенностью: чем больше величина признака отклоняется от среднего значения, тем меньше будет частота встречаемости (вероятность) этого признака в распределении.

Согласно теории вероятностей в явлениях, подчиняющихся нормальному закону распределения, между значениями средней арифметической, стандартного отклонения и вариантами существует строгая зависимость. Указанные взаимоотношения средней арифметической, стандартного отклонения и отдельных вариантов иногда называют правилом трех σ.

Несмотря на исходный постулат, в соответствии с которым свойства в генеральной совокупности имеют нормальное распределение, реальные данные, полученные на выборке, нечасто распределены нормально. В большинстве случаев сырые психологические данные часто дают асимметричные, «ненормальные» распределения. Как отмечает Е.В. Сидоренко, причина этого заключается в самой специфике некоторых психологических признаков. Бывает, что от 10 до 20 %

испытуемых получают оценку «ноль», например, в методике Хекхаузена, когда в их рассказах не встречается ни одной словесной формулировки, которая отражала бы мотивы надежды на успех или боязни неудачи. Распределение таких оценок не может быть нормальным, как бы ни увеличивался объем выборки.

Несмотря на это, при обработке экспериментальных данных всегда целесообразно проводить оценку характера распределения, так как в зависимости от этого решается вопрос о возможности применения того или иного статистического метода. Кроме того, можно указать по крайней мере натри важных аспекта применения нормального распределения:

- Разработка тестовых шкал.
- Проверка нормальности выборочного распределения для принятия решения о том, в какой шкале измерен признак - в метрической или порядковой.
- Статистическая проверка гипотез, в частности- при определении риска принятия неверного решения.

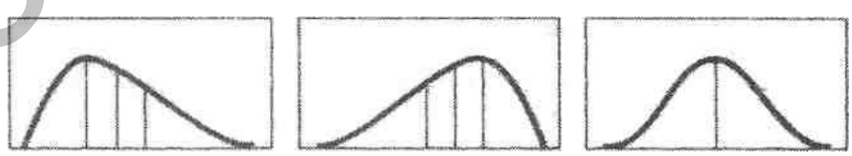
Проверка нормальности распределения

Для проверки нормальности используются различные процедуры, позволяющие выяснить, отличается ли от нормального выборочное распределение измеренной переменной или нет. Это позволяет определить, насколько случайно или закономерно варьирует тот или иной показатель, подвержен ли он влиянию каких-либо систематических факторов и т. д.

Анализ распределения включает в себя несколько этапов.

Построение распределения. Полученное распределение может быть построено в виде столбчатой диаграммы либо графика (огибающей).

Определение асимметрии. В тех случаях, когда какие-нибудь причины благоприятствуют более частому появлению значений, которые выше или, наоборот, ниже среднего, образуются асимметричные распределения. При левосторонней, или положительной, асимметрии в распределении чаще встречаются более низкие значения признака (а), а при правосторонней, или отрицательной, - более высокие (б).



Причины асимметрии:

- неоднородность выборки, наложение друг на друга двух или нескольких по численности и сдвинутых относительно друг друга по моде распределений;
- действие побочных однонаправленных факторов;

- ограничение (сверху или снизу) размаха вариаций (например, время двигательной реакции).

Определение эксцесса. В тех случаях, когда какие-либо причины способствуют преимущественному появлению средних или близких к средним значений, образуется распределение с положительным эксцессом (островершинное распределение). Распределение с отрицательным эксцессом называется плосковершинным. В распределениях с нормальной выпуклостью E_x=0.

Причины эксцесса:

- большая или меньшая степень тяготения переменных к центральной тенденции;
- неоднородность выборки, наложение друг на друга нескольких распределений с одинаковой модой и разной дисперсией.

Сравнение эмпирического распределения с теоретическим может осуществляться с помощью специальных критериев: критерий Колмогорова-Смирнова, критерий χ^2 Пирсона и др.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.
4. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 9
Понятие о генеральной и выборочной совокупности

1. Генеральная совокупность и выборка.

1. Генеральная совокупность и выборка

Исследование обычно начинается с некоторого предположения, требующего проверки с привлечением фактов. Это предположение - гипотеза - формулируется в отношении связи явлений или свойств в некоторой совокупности объектов. Для проверки подобных предположений на фактах необходимо измерить соответствующие свойства у их носителей. Но невозможно измерить, например, тревожность у всех подростков. Поэтому при проведений исследования ограничиваются лишь относительно небольшой группой представителей соответствующих совокупностей людей.

Генеральная совокупность - это все множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза. Теоретически считается, что объем генеральной совокупности не ограничен. Практически же объем генеральной совокупности всегда ограничен и может быть различным в зависимости от предмета наблюдения и той задачи, которую предстоит решать психологу. Обычно генеральная совокупность включает в себя очень большое число объектов- студентов вуза, школьников, работников предприятия, пенсионеров и т.д. Сплошное исследование генеральных совокупностей чрезвычайно затруднительно, поэтому, как правило, изучается небольшая часть генеральной совокупности, называемая выборочной совокупностью, или выборкой.

Выборка - это ограниченная по численности группа объектов (в психологии - испытуемых, респондентов), специально отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств. Соответственно, изучение на выборке свойств генеральной совокупности называется выборочным исследованием. Практически все психологические исследования являются выборочными, а их выводы распространяются на генеральные совокупности.

К выборке применяется ряд обязательных требований, определенных, прежде всего, целями и задачами исследования. Она должна быть такой, чтобы обосновалась генерализация выводов выборочного исследования - обобщение, распространение их на генеральную совокупность.

Выборка должна удовлетворять следующим условиям:

1. Это группа объектов, доступная для изучения. Объем выборки определяется задачами и возможностями наблюдения и эксперимента.
2. Это часть заранее намеченной генеральной совокупности.
3. Это группа, отобранная случайным образом так, чтобы любой объект генеральной совокупности имел одинаковую вероятность попасть в выборку.

Основные критерии обоснованности выводов исследования - это репрезентативность выборки и статистическая достоверность (эмпирических) результатов.

Репрезентативность - иными словами, ее представительность - это способность характеризовать соответствующую генеральную совокупность с определенной точностью и достаточной надежностью. Если выборка испытуемых по своим характеристикам репрезентативна генеральной совокупности, то есть основания, полученные при ее изучении результаты распространить на всю генеральную совокупность.

В идеале репрезентативная выборка должна быть такой, чтобы каждая из основных изучаемых психологом характеристик, черт, особенностей личности и т. п. представлялась в ней пропорционально этим же особенностям в генеральной совокупности.

Ошибки репрезентативности возникают в двух случаях:

1. Малая выборка, характеризующая генеральную совокупность.

2. Несовпадение свойств (параметров) выборки с параметрами генеральной совокупности.

Статистическая достоверность, или статистическая значимость, результатов исследования определяется при помощи методов статистического вывода. Эти методы будут подробнее рассмотрены в теме «Проверка гипотез». Отметим, что они предъявляют определенные требования к численности, или объему выборки.

Рекомендации по определению требуемого объема выборки:

• Наибольший объем выборки необходим при разработке диагностической методики - от 200 до 1000-2500 человек.

• Если необходимо сравнить 2 выборки, их общая численность должна быть не менее 50 человек; численность сравниваемых выборок должна быть приблизительно одинаковой.

• Если изучается взаимосвязь между какими-либо свойствами, то объем выборки должен быть не меньше 30-35 человек.

• Чем больше изменчивость изучаемого свойства, тем больше должен быть объем выборки. Поэтому изменчивость можно уменьшить, увеличивая однородность выборки, например по полу, возрасту и т.д. При этом, естественно, уменьшаются возможности генерализации выводов.

Зависимые и независимые выборки. Обычна ситуация исследования, когда интересующее исследователя свойство изучается на двух или более выборках с целью их дальнейшего сравнения. Эти выборки могут находиться в различных соотношениях - в зависимости от процедуры их организации. Независимые выборки характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого из испытуемых другой выборки. Напротив, зависимые выборки характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки.

Наиболее типичным примером независимой выборки является, например, сравнение мужчин и женщин по уровню интеллекта.

2. Проблема репрезентативности выборки

Ключевая идея всей статистики – получение решений на основе данных из выборки, которая несет в себе свойства (признаки) генеральной совокупности. По мере того, как выборка по своему объему становится все ближе и ближе к генеральной совокупности, эти свойства и признаки проявляются в ней все более отчетливо. Однако, в основном по причинам стоимости, чаще всего в распоряжении исследователя имеется выборка ограниченного объема. Возникает вопрос – насколько глубоко унаследованы выборкой свойства и признаки генеральной совокупности. Эта проблема известна как проблема репрезентативности (представительности) выборки. Определение (и обоснование!) степени репрезентативности выборки больше искусство, чем наука. Репрезентативность выборки обеспечивается прежде всего условиями проведения эксперимента: основное требование состоит в том, чтобы выборочные значения были независимыми между собой и выбирались из генеральной совокупности случайным образом.

Одним из эффективных методов фильтрации данных является спектральный анализ (Фурье). Метод Фурье и его современная эффективная реализация – БПФ имеет широкое применение в различных областях анализа и обработки данных. Основная цель анализа Фурье в прикладной статистике – выявить скрытые периодичности в данных, например, связанные с сезонностью колебания объема пассажирских перевозок.

Метод спектральной фильтрации выборочных данных с использованием анализа Фурье состоит в преобразовании данных в спектральную область, воздействии на спектральные данные фильтром – математическим преобразованием, отсекающим те или иные составляющие спектра – и обратного преобразования данных в предметную (временную) область. В отличие от рассмотренного выше «грубого» метода коррекции данных, фильтрация по методу Фурье учитывает частоты тех или иных событий в эксперименте (данных) и позволяет их скорректировать. Для этих целей в пакете анализа MS Excel служит утилита.

Анализ Фурье. Предназначается для решения задач в линейных системах и анализа периодических данных на основе метода быстрого преобразования Фурье (БПФ). Эта процедура поддерживает также обратные преобразования, при этом, инвертирование преобразованных данных возвращает исходные данные.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 10.
Статистические гипотезы

1. Проверка гипотез.
2. Ошибки 1 и 2 рода.

1. Проверка гипотез

Логика проверки статистических гипотез часто вызывает трудности у студентов-психологов, поэтому остановимся на этой теме подробнее.

В социальных науках исследователи согласились, что следующие два значения будут основанием для допущения действия неслучайного фактора:

1) если некоторое событие происходит случайно в 5% случаев или еще реже, то предполагается, что это происходит благодаря действию некоторых неслучайных факторов. Это значение называется 5 %-м уровнем статистической значимости или уровнем статистической значимости, равным 0,05;

2) если некоторое событие происходит случайно в 1 % случаев или еще реже, то предполагается, что это происходит благодаря действию некоторых неслучайных факторов. Это значение называется 1 %-м уровнем статистической значимости или уровнем статистической значимости, равным 0,01.

Уровень статистической значимости, установленный исследователями для заключения о действии неслучайных факторов часто называется уровнем а (в более новых книгах он обычно обозначается латинской буквой р). Когда мы говорим о 5 %-м уровне статистической значимости, то р=0,05. Когда мы говорим об 1 %-м уровне статистической значимости, то р=0,01.

Чтобы определить, стоит ли объяснять какое-либо явление действием некоторого неслучайного фактора, надо найти вероятность того, что это явление произойдет случайно и сравнить с выбранным уровнем статистической значимости. Следует отметить, что приемлемый уровень статистической значимости должен быть определен до проведения исследования.

Дадим теперь несколько формальных определений, которые помогут нам сформулировать идею проверки гипотез.

Нуль-гипотеза - это гипотеза об отсутствии различий (например, девушки такие же умные, как и юноши; монетка правильная).

Альтернативная гипотеза (гипотеза исследования, рабочая гипотеза) - это гипотеза о значимости различий. Альтернативные гипотезы бывают направленные и ненаправленные. Направленные гипотезы указывают направление отношений между переменными (например, девушки умнее, чем юноши; орел выпадает чаще, чем решка). Ненаправленные гипотезы не указывают направление отношений (юноши и девушки отличаются по интеллекту; монетка неправильная).

Нуль-гипотеза никогда не может быть доказана. Статистическая логика точно такая же. Мы не можем доказать нуль-гипотезу и не можем доказать альтернативную гипотезу. Однако если мы можем отвергнуть нуль-гипотезу, то можем принять альтернативную ей. В случае с монеткой если мы отвергаем нуль-гипотезу о том, что монетка правильная, то, следовательно, принимаем, что она неправильная. Обратите внимание, что альтернативная гипотеза всегда подтверждается не прямо, а косвенно. Именно поэтому никогда не пишут, что *«гипотеза доказана»,* а пишут *«гипотеза подтверждается».*

Уровень статистической значимости р представляет собой, таким образом, **вероятность неправильного отвержения** нуль-гипотезы.

Статистический критерий (критерий) - это случайная величина, закон распределения которой известен, и которая служит для проверки нуль-гипотезы. Статистический критерий можно рассматривать как инструмент, позволяющий определить вероятность того, что результаты получились случайно. Если эта вероятность достаточно мала (например, $<0,05$), то можно сделать вывод о том, что данные результаты получились неслучайно (т. е. отвергнуть нуль-гипотезу). А раз эти результаты получились не случайно, то, видимо, это из-за разницы условий независимой переменной. Например, если мы исследовали физическую агрессивность юношей и девушек и оказалось, что агрессивность юношей выше, то следует применить статистический критерий, который поможет определить уровень статистической значимости вероятность того, что такая разница в физической агрессивности, которая есть в нашем исследовании, получилась случайно. Если эта вероятность мала, то, следовательно, разница в агрессивности не случайна. То есть физическая агрессивность зависит от пола испытуемого. Если же эта вероятность достаточно велика, разница в агрессивности вполне могла получиться случайно, то делается вывод о невозможности отвергнуть нуль-гипотезу о равенстве физической агрессивности юношей и девушек.

Таким образом, несмотря на довольно запутанную логику, процедура проверки гипотез проста. Следует при помощи соответствующего статистического критерия определить уровень статистической значимости р (вероятность того, что полученная вами разница случайна) и сравнить его с заранее выбранным порогом ошибки (например, 0,05). Если $p>0,05$, то у вас нет оснований для отвержения нуль-гипотезы. Если $p<0,05$, то можно отвергнуть нуль-гипотезу и сделать вывод о том, что предложенная вами гипотеза подтвердилась.

2. Ошибки 1 и 2 рода

Рассмотрим пример: в общежитии установлена противопожарная система, которая подает сигнал тревоги, когда концентрация дыма достигает определенного уровня.

Возможны четыре ситуации:

	Нет пожара	Пожар
Подает сигнал тре-	Ошибка 1 рода	Нет ошибки
Нет сигнала тревоги	Нет ошибки	Ошибка 2 рода

Ошибка 1 рода - сигнал без пожара, например, когда вы просто приготовили вкусные тосты. Ошибка II рода - пожар без сигнала. Известно, как избежать ошибки I рода - отключить или сломать противопожарную сигнализацию. К несчастью, это приведет к увеличению возможности допустить ошибку 2 рода.

Точно так же и в статистике:

Решение	Нуль-гипотеза	Альтернативная гипо-
Отвержение нуль-	Ошибка 1 рода	Нет ошибки
Принятие нуль-гипотезы	Нет ошибки	Ошибка 2 рода

Ошибка, состоящая в том, что мы отклонили нуль-гипотезу, в то время как она верна, называется **ошибкой I рода.** Вероятность такой ошибки обозначается а (или р). Это уже знакомый нам уровень статистической значимости.

Ошибка, состоящая в том, что мы приняли нуль-гипотезу, в то время как она неверна, называется **ошибкой II рода.** Вероятность такой ошибки обозначается р.

Следует помнить, что критерии различаются по мощности. Мощность критерия - это его способность не допустить ошибку II рода. Поэтому мощность=1. Мощность критерия определяется эмпирическим путем.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 11
Статистические критерии

1. Понятие о статистическом критерии.
2. Уровень значимости и мощность.
3. Состоятельность и несмещенность критериев.

1.Понятие о статистическом критерии

Очень часто перед исследователем в психологии стоит задача выявления различий между двумя, тремя и более выборками испытуемых. Это может быть, например, задача определения психологических особенностей хронически больных детей по сравнению со здоровыми, между работниками государственных предприятий и частных организаций, между людьми разного возраста и пола. Кроме того, одной из наиболее часто встречающихся статистических задач, с которыми сталкивается психолог, является задача сравнения результатов обследования какого-либо психологического признака в разных условиях измерения (например, до и после тренинга). Помимо этого нередко возникает необходимость оценить характер изменения того или иного психологического показателя в одной или нескольких группах в разные периоды времени или выявить динамику изменения этого показателя под влиянием экспериментальных воздействий. Для решения подобных задач используется достаточно большой набор статистических способов, называемых в наиболее общем виде критериями различий. Эти критерии позволяют оценить степень статистической достоверности различий между разнообразными показателями, измеренными согласно плану проведения психологического исследования.

Существует достаточно большое количество критериев различий. Каждый из них имеет свою специфику, различаясь между собой по следующим основаниям:

Первое основание - тип измерительной шкалы, для которой предназначен тот или иной критерий. Например, с помощью некоторых критериев можно обрабатывать данные, полученные только в номинальных шкалах. Ряд критериев дает возможность обрабатывать данные, полученные в порядковой, интервальной и шкале равных отношений.

Второе основание - максимальный объем выборки, который они могут охватить, а также количество выборок, которые можно сравнивать между собой с их помощью. Существуют критерии, позволяющие оценить различия сразу в трех и большем числе выборок. Некоторые критерии позволяют сопоставить неравные по численности выборки.

Третье основание - качество выборки: она может быть связной (зависимой) и несвязной (независимой).

Все критерии различий условно подразделены на две группы: параметрические и непараметрические критерии.

Критерий различия называют параметрическим, если он основан на конкретном типе распределения генеральной совокупности (как правило, нормальном) или использует параметры этой совокупности (средние, дисперсии и т.д.). Критерий различия называют непараметрическим, если он не базируется на предположении о типе распределения генеральной совокупности и не использует параметры этой совокупности.

При нормальном распределении генеральной совокупности параметрические критерии обладают большей мощностью по сравнению с непараметрическими. Иными словами, они способны с большей достоверностью отвергать нулевую гипотезу, если последняя неверна. Поэтому в тех случаях, когда выборки взяты из нормального распределения генеральных совокупностей, следует отдавать предпочтение параметрическим критериям.

Однако практика показывает, что подавляющее большинство данных, получаемых в психологических экспериментах, не распределены нормально, поэтому применение параметрических критериев в анализе результатов психологических исследований может привести к ошибкам в статистических выводах. В таких случаях непараметрические критерии оказываются более мощными, то есть способными с большей достоверностью отвергать нулевую гипотезу.

Решение о выборе того или иного критерия принимается на основании того, является ли выборка зависимой или независимой, сколько выборок сопоставляется, каков их объем и является ли распределение нормальным.

Однозначно определенный способ проверки статистических гипотез называется статистическим критерием. Статистический критерий строится с помощью статистики $U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – функции от результатов наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$. В пространстве значений статистики U выделяют критическую область Ψ, т.е. область со следующим свойством: если значения применяемой статистики принадлежат данной области, то отклоняют (иногда говорят - отвергают) нулевую гипотезу, в противном случае – не отвергают (т.е. принимают).

Статистику U, используемую при построении определенного статистического критерия, называют статистикой этого критерия. Например, в задаче проверки статистической гипотезы, приведенной в примере 14, применяют критерий Колмогорова, основанный на статистике

$$D_n = \sqrt{n}\sup_x |F_n(x) - F_0(x)|.$$

При этом D_n называют статистикой критерия Колмогорова.

Частным случаем статистики U является векторзначная функция результатов наблюдений $U_0(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, значения которой – набор результатов наблюдений. Если x_i – числа, то U_0 – набор n чисел, т.е. точка n–мерного пространства. Ясно, что статистика критерия U является функцией от U_0, т.е. $U = f(U_0)$. Поэтому можно считать, что Ψ – область в том же n–мерном пространстве, нулевая гипотеза отвергается, если $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \Psi$, и принимается в противном случае.

В вероятностно-статистических методах обработки данных и принятия решений статистические критерии, как правило, основаны на статистиках U, принимающих числовые значения, и критические области имеют вид

$$\Psi = \{U(x_1, x_2, \ldots, x_n) > C\},$$

где C – некоторые числа.

Статистические критерии делятся на параметрические и непараметрические. Параметрические критерии используются в параметрических задачах проверки статистических гипотез, а непараметрические – в непараметрических задачах.

2. Уровень значимости и мощность

При проверке статистической гипотезы возможны ошибки. Есть два рода ошибок. Ошибка первого рода заключается в том, что отвергают нулевую гипотезу, в то время как в действительности эта гипотеза верна. Ошибка второго рода состоит в том, что принимают нулевую гипотезу, в то время как в действительности эта гипотеза неверна.

Вероятность ошибки первого рода называется уровнем значимости и обозначается α. Таким образом, $\alpha = P\{U \in \Psi \mid H_0\}$, т.е. уровень значимости α – это вероятность события $\{U \in \Psi\}$, вычисленная в предположении, что верна нулевая гипотеза H_0.

Уровень значимости однозначно определен, если H_0 – простая гипотеза. Если же H_0 – сложная гипотеза, то уровень значимости, вообще говоря, зависит от функции распределения результатов наблюдений, удовлетворяющей H_0. Статистику критерия U обычно строят так, чтобы вероятность события $\{U \in \Psi\}$ не зависела от того, какое именно распределение (из удовлетворяющих нулевой гипотезе H_0) имеют результаты наблюдений. Для статистик критерия U общего вида под уровнем значимости понимают максимально возможную ошибку первого рода. Максимум (точнее, супремум) берется по всем возможным распределениям, удовлетворяющим нулевой гипотезе H_0, т.е. $\alpha = \sup P\{U \in \Psi \mid H_0\}$.

Если критическая область имеет вид, указанный в формуле, то $P\{U > C \mid \mathrm{H}_0\} = \alpha$. Если C задано, то из последнего соотношения определяют α. Часто поступают по иному - задавая α (обычно $\alpha = 0,05$, иногда $\alpha = 0,01$ или $\alpha = 0,1$, другие значения α используются гораздо реже), определяют C из уравнения (10), обозначая его C_α, и используют критическую область $\Psi = \{U > C_\alpha\}$ с заданным уровнем значимости α.

Вероятность ошибки второго рода есть $P\{U \notin \Psi \mid H_1\}$. Обычно используют не эту вероятность, а ее дополнение до 1, т.е. $P\{U \in \Psi \mid H_1\} = 1 - P\{U \notin \Psi \mid H_1\}$. Эта величина носит название мощности критерия. Итак, мощность критерия – это вероятность того, что нулевая гипотеза будет отвергнута, когда альтернативная гипотеза верна.

Понятия уровня значимости и мощности критерия объединяются в понятии функции мощности критерия – функции, определяющей вероятность того, что нулевая гипотеза будет отвергнута. Функция мощности зависит от критической области Ψ и действительного распределения результатов наблюдений. В параметрической задаче проверки гипотез распределение результатов наблюдений задается параметром θ. В этом случае функция мощности обозначается $M(\Psi,\theta)$ и зависит от критической области Ψ и действительного значения исследуемого параметра θ. Если

H_0: $\theta = \theta_0$,

H_1: $\theta = \theta_1$, то

$M(\Psi,\theta_0) = \alpha$,

$M(\Psi,\theta_1) = 1 - \beta$,

где α – вероятность ошибки первого рода, β - вероятность ошибки второго рода. В статистическом приемочном контроле α – риск изготовителя, β – риск потребителя. При статистическом регулировании технологического процесса α – риск излишней наладки, β – риск незамеченной разладки.

Функция мощности $M(\Psi,\theta)$ в случае одномерного параметра θ обычно достигает минимума, равного α, при $\theta = \theta_0$, монотонно возрастает при удалении от θ_0 и приближается к 1 при $|\ \theta - \theta_0\ | \to \infty$.

В ряде вероятностно-статистических методов принятия решений используется оперативная характеристика $L(\Psi,\theta)$ - вероятность принятия нулевой гипотезы в зависимости от критической области Ψ и действительного значения исследуемого параметра θ. Ясно, что $L(\Psi,\theta) = 1 - M(\Psi,\theta)$.

3.Состоятельность и несмещенность критериев

Основной характеристикой статистического критерия является функция мощности. Для многих задач проверки статистических гипотез разработан не один статистический критерий, а целый ряд. Чтобы выбрать из них определенный критерий для использования в конкретной практической ситуации, проводят сравнение критериев по различным показателям качества, прежде всего с помощью их функций мощности. В качестве примера рассмотрим лишь два показателя качества критерия проверки статистической гипотезы – состоятельность и несмещенность.

Пусть объем выборки *n* растет, а U_n и Ψ_n – статистики критерия и критические области соответственно. Критерий называется состоятельным, если

$$\lim_{n\to\infty} P\{U_n \in \Psi_n \mid H_1\} = 1,$$

т.е. вероятность отвергнуть нулевую гипотезу стремится к 1, если верна альтернативная гипотеза.

Статистический критерий называется несмещенным, если для любого θ_0, удовлетворяющего H_0, и любого θ_1, удовлетворяющего H_1, справедливо неравенство $P\{U \in \Psi \mid \theta_0\} < P\{U \in \Psi \mid \theta_1\}$, т.е. при справедливости H_0 вероятность отвергнуть H_0 меньше, чем при справедливости H_1.

При наличии нескольких статистических критериев в одной и той же задаче проверки статистических гипотез следует использовать состоятельные и несмещенные критерии.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с

Лекция 12
Стандартизация данных психологических тестов

1. Характеристики психологических тестов.
2. Определение надёжности тестов.
3. Стандартизация психодиагностических тестов.

1. Характеристики психологических тестов

Психологический тест – стандартизированное задание, по результатам выполнения которого судят о психофизиологических и личностных характеристиках, знаниях, умениях и навыках испытуемого.

На создание эффективного психологического теста уходит от 10 лет работы авторских коллективов. Качество теста обеспечивается многоступенчатой процедурой проверки и стандартизации его шкал. Тестов, прошедших адаптацию к российской действительности 1990-х годов мало, поэтому выбор хороших психологических тестов для оценки персонала затруднен. Конечно, кроме тестов известны разные методы изучения личности, и каждые решают свои задач

Стандартность - тестовая методика проходит стандартизацию, по итогам которой получаемые данные должны соответствовать закону нормального распределения или же норме социкультурного характера. В соответствии с нормами формируются диапазоны значений говорящие нам о силе выраженности исследуемого признака.

Надёжность - свойство теста давать при повторном измерении близкие результаты. Надежная методика дает сходные результаты независимо от времени года или пола экспериментатора, влияния подобных фоновых факторов, должно сводится к минимуму самой методикой, что и определяет ее надежность.

Валидность - соответствие результатов теста той характеристике, для измерения которой он предназначен. Различают внутреннюю и внешнюю валидность. В случае с внешней это соответствие может быть проверенно положительной корреляцией, с объективными достижениями, результаты по тесту интеллекта, могут сопоставляться с академической успеваемостью. В случае с внутренней все сложнее, здесь речь идет о теоретической связи, о том, насколько выстроенная модель реально моделирует заявленный аспект. Но все может быть проще, если аналогичные "проверенные" методики уже существуют, тогда возможно обойтись корреляцией с уже известным методом. В случае если вам повезло быть новатором, внутренняя валидность находится путем долгой экспериментальной и интеллектуальной работы и в каком-то роде остается на совести "создателя".

Тесты, удовлетворяющие требованиям надежности и информативности, называются добротными (аутентичными).

Двигательными (моторными) называются тесты, в основе которых лежат двигательные задания.

Двигательные тесты можно разделить на 3 группы:

1) тесты, определяющие показатели организма в покое (устойчивом состоянии), например показатели ЧСС, АД, ЧД, антропометрические показатели и др.;

2) стандартные функциональные пробы - тесты, в которых проверяются:

а) физиологические или биомеханические показатели при стандартной нагрузке (например, изменение ЧСС после 20 приседаний);

б) двигательные показатели при стандартной величине физиологических сдвигов (например, скорость бега при ЧСС, равном 160 уд/мин), регламентированных показателях нагрузки (длина дистанции, время, вес и др.);

3) максимальные функциональные пробы - тесты, в которых фиксируются физиологические или биомеханические показатели при максимальном результате (например, МПК при работе на велоэргометре), «до отказа».

Комплексом (батареей) тестов называется группа тестов, имеющих единую конечную цель (например, оценка состояния спортсмена в соревновательном периоде тренировки).

Результаты повторного тестирования всегда будут варьировать вследствие влияния различных случайных факторов и изменения состояния испытуемых. В связи с этим возникает проблема оценки надежности тестов.

Надежностью теста называется степень совпадения результатов при повторном тестировании одних и тех же людей в одинаковых условиях.

Разновидностями надежности являются стабильность, согласованность, информативность, эквивалентность.

Стабильность - это такая разновидность надежности, которая проявляется в степени совпадения результатов тестирования, когда первое и последующие измерения разделены определенным временным интервалом.

Согласованность тестов характеризуется независимостью результатов тестирования от личных качеств лица, проводящего или оценивающего тест.

Информативность - это степень точности теста, с которой он измеряет свойство (качество, способность, характеристика и т.д.), для оценки которой он используется.

Эквивалентность - это равноценность тестов при измерении одного и того же свойства.

2. Определение надёжности тестов

Надежность тестов определяется с помощью коэффициента надежности (взаимосвязи), полученного из корреляционного или дисперсионного анализов.

Выбор коэффициента надежности зависит от типа шкал, в котором произведены измерения, от числа факторов, влияние которых необходимо исследовать. Если исследуется влияние одного фактора, и при этом число попыток не более двух, то надежность тестов может быть оценена с помощью корреляционных методов. Во всех остальных случаях рекомендуется использовать дисперсионный анализ. И если влияние фактора (факторов) окажется несущественным рассчитывать внутриклассовый коэффициент корреляции.

Оценка качества надежности теста может быть произведена согласно следующей таблице:

Величина коэффициента взаимосвязи	0,99-0,95	0,94-0,90	0,89-0,8	0,79-0,70	0,69 и ниже
Оценка качества надежности	отлично	хорошо	удовлетворительно	сомнительно	плохо

Надежность тестов может быть повышена путем увеличения длины теста, т.е. путем увеличения числа попыток или. числа испытуемых, или того и другого вместе.

Величина г выбирается самостоятельно, чтобы величина m не была слишком большой и поэтому трудно реализуемой на практике, можно, например, выбирать r_{tt} согласно следующей таблице:

Наблюдаемая надежность	плохая	сомнительная	удовлетворительная	хорошая	отличная
Требуемая (желаемая) надежность $г_п$	удовл. $r°_{tt}$=0.8	удовл. г°,,=0.85	хорошая г°,,=0.9	отличная $r°_{ff}$=0.95	отличная f°tt>r_{tt}

3. Стандартизация психодиагностических тестов

Стандартизация психодиагностических тестов представляет собой линейное или нелинейное преобразование тестовых оценок. Смысл преобразований исходных тестовых оценок заключается в изменении характера их распределения, с тем чтобы облегчить понимание и интерпретацию тестовых результатов. Чаще всего используются три основных вида преобразований:

1) приведение к нормальному виду;
2) приведение к стандартной форме и
3) квантильная стандартизация.

Преобразование распределения тестовых оценок к нормальному виду. Стандартизация психодиагностических тестов основана на так называемой аксиоме нормальности, т.е. опирается на предположение, что все психические характеристики распределены в популяции по нормальному закону Гаусса.

Предположение о нормальности распределения тестовых результатов является некоторой идеализацией. На практике многие тесты дают результаты, распределение которых отличается от нормального. Поэтому часто возникает вспомогательная задача нахождения способа преобразования данных к нормальному виду. В самом начале поиска способа преобразования большую помощь может оказать построение гистограммы и полигона распределения. Они позволяют легко выявить левостороннюю или правостороннюю асимметрию, двугорбость и другие отклонения от нормальности. В психологических исследованиях часто встречаются логарифмические нормальные распределения, особенностью которых является крутая левая ветвь полигона и пологая правая (т.е. частоты резко падают с ростом тестовых оценок). При логарифмировании исходных тестовых данных левая ветвь кривой распределения растягивается и распределение принимает приближенно нормальный вид.

Для нормализации распределений с правосторонней асимметрией используются тригонометрические и степенные преобразования данных. Таким образом удается преобразовать тестовые оценки, не подчиняющиеся закону нормального распределения, чтобы распределение новых, преобразованных оценок стало нормальным.

Интерпретация тестовых оценок невозможна без знания того, к какой кривой распределения они принадлежат, т.е. для того, чтобы оценить величину тестовой оценки и частоту ее реализации, необходимо соотнести их с генеральной средней и стандартным отклонением. Без этого исходные тестовые оценки ничего не скажут нам о степени выраженности исследуемой характеристики и о вероятности появления такого ее значения у других лиц. Вместе с тем именно эта информация особенно интересует экспериментатора, поскольку чаще всего тестовые обследования проводятся для сравнения испытуемых по исследуемой психологической характеристике.

По исходным оценкам мы можем судить только о том, что чем выше оценка, тем больше выражена соответствующая характеристика, но о том, какова она по отношению к среднему значению этого свойства в популяции, мы ничего сказать не можем.

Следующим существенным недостатком исходных тестовых оценок является невозможность сопоставления результатов, полученных с помощью разных тестов. Как правило, разные тесты имеют различные средние и стандартные отклонения, поэтому их результаты имеют различную размерность. Чтобы сделать возможным сопоставление результатов и устранить различия в размерности, необходимо тестовые оценки нормировать, введя единый для всех оценок масштаб.

Способ приведения тестовых оценок к виду, удобному для практического использования, предложен Р.Б. Кэттеллом. Он представляет собой перевод исходных тестовых оценок в 10-балльную равноинтервальную шкалу. Это достигается путем разбиения оси значений тестовых оценок на 10 интервалов, соответствующих долям стандартного отклонения (рис. 5). При этом среднее арифметическое по группе принимается за среднюю точку и ей приписывается значение, равное 5,5 балла по стандартной десятибалльной системе. Всякая оценка в интервале (х + 0,25 о") переводится в 6 баллов, а оценка (х -0,25<т) дает стандартный балл, равный 5,0. Любое дальнейшее увеличение или уменьшение тестовой оценки на 0.5 а увеличивает или уменьшает стандартную оценку на 1 балл.

При такой системе стандартизации диапазон, который принято называть средним или нормой (диапазон в 1 стандартное отклонение), характеризуется стандартными оценками от 4 до 7 баллов. Только при получении стандартных оценок в 3 или 8 баллов следует думать о значительных индивидуальных отклонениях, выходящих за границы средней нормы.

Оценки 2 и 9 баллов получаются при отклонении индивидуальных оценок на 1,75 сг выше или ниже среднегруппового значения. Максимальная оценка в 10 баллов по десятибалльной системе достигается при отклонении индивидуального тестового результата на 2,0 сг вверх от средней нормы. Однако, чтобы включить в анализ 0,6 % выборки с отклонениями выше 2,0 ст, оценка в 10 баллов распространяется и на все остальные оценки, отклоняющиеся от средней более чем на два стандартных отклонения. Аналогичным образом оценка в 1 балл ставится за все отклонения от средних значений ниже двух стандартных отклонений.

Метод стандартизации, предложенный Р.Б. Кэттеллом, – это метод огрубленного интервального представления данных, поэтому его разумно применять в случаях, когда не требуется высокой точности измерения. По этой же причине он может быть использован для согласования оценок по тестам, стандартизованным разными способами. Квантильная стандартизация. В некоторых случаях знания степени отклонения индивидуального результата от среднегруппового бывает недостаточно. Экспериментатору необходимо оценить место, которое занимает испытуемый в популяции по исследуемому показателю, т. е. узнать, какой процент испытуемых выполняет тест хуже или лучше обследованного лица, имеет более высокие или более низкие оценки и т.п. Ответ на эти вопросы может быть получен на основе распределения накопленных частот. Исходные оценки выражают результаты тестирования через задания теста, а преобразованные – через популяцию. Обе эти шкалы связаны нелинейным образом.

На практике используются не точные, а интервальные оценки места испытуемого в популяции. С этой целью ось накопленной частоты разбивается на фиксированное число равных интервалов. Точка на оси накопленной частоты, делящая ось в установленной пропорции, называется квантилем, поэтому этот вид стандартизации называется квантильной стандартизацией.

Квантиль – это общее понятие, а квартили, квинтили, децили и процентили – его наиболее частные реализации. Имеются, например, три квартиля (Q1, Q2, Q3), которые делят выборку на четыре равные части (кварты) таким образом, что 25% испытуемых располагаются ниже Q1, 50% – ниже Q2 и 75% – ниже Q3. Четыре квинтиля (К1, К2, КЗ, К4) делят выборку аналогичным образом на пять равных частей, девять децилей (D1, ..., D9) –на десять равных частей, а 99 процентилей (P1, ..., P99) - на 100 равных частей.

Номер квантиля используется в качестве новой преобразованной тестовой оценки. Он показывает относительное положение испытуемого в нормативной выборке. Например, квартильная оценка 3 и процентильная оценка 75 указывают, что более высокую тестовую оценку могут иметь только 25% испытуемых.

Квантильная шкала является равноинтервальной только относительно накопленной частоты. В этом смысле квантильная стандартизация является методом стандартизации, как бы противоположным методу, предложенному Р.Б. Кэттеллом. В методе стандартизации Р.Б. Кэттелла равноинтервальная шкала строится на оси абсцисс, а в методе квантильной стандартизации – на оси ординат, т.е. метод Р.Б. Кэттелла группирует тестовые оценки, а квантильный метод группирует испытуемых.

Таким образом, в процессе подготовки тестов к практическому использованию тестовые результаты претерпевают три вида преобразований: приведение к нормальному виду, приведение к стандартной форме и квантильная группировка. Эти три вида преобразований следует рассматривать не как самостоятельные и независимые процедуры, а как последовательность шагов представления результатов тестирования в виде, удобном для осмысления и интерпретации.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.

4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512 с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326 с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 13
Критерии различия в уровне исследуемого признака

1. Q – критерий Розенбаума.
2. U – критерий Манна-Уитни.
3. H – критерий Крускала - Уоллиса
4. S – критерий тенденций Джонкира

1. Q – критерий Розенбаума

Критерий используется для оценки различий между о. В каждой из выборок должно быть не менее 11 испытуемых (значений) двумя выборками по уровню какого-либо признака, измеренного количественно.

Непараметрический критерий, позволяющий оценить различие между двумя выборкам и по уровню какого-либо признака. (Невыявленность достоверных различий с помощью этого критерия, строго говоря, не означает их отсутствия, а указывает на необходимость применения более мощного критерия, например φ* Фишера.) Если Q – критерий выявил достоверное различие с уровнем значимости p<= (меньше или равно) 0,01 – можно ограничиться только его применением.

Критерий применим в тех случаях, когда данные представлены, по крайней мере, в порядковой шкале. Признак должен варьировать в некотором диапазоне значений – в противном случае применение критерия невозможно. Например, если имеется только 3 значения признака – X1, X2, X3 – установить различия очень трудно. Метод Розенбаума требует, соответственно, достаточно тонко измеренных признаков.

Применение критерия начинается с упорядочивания значений признака в обеих выборках по нарастанию (или убыванию). (Для удобства каждое значение можно представить на отдельной карточке с целью их последующей систематизации.) Далее становится видно, совпадают ли диапазоны значений. Если нет, то определяется, насколько один ряд «выше» - S1, а другой «ниже» - S2. Чтобы избежать путаницы, рекомендуется первым рядом считать тот, где значения выше, а вторым – тот, где ниже.

Гипотезы:

Но: Уровень признака в выборке 1 не превышает уровня признака в выборке 2.

H_1: Уровень признака в выборке 1 превышает уровень признака в выборке 2.

Ограничения критерия Q

В каждой из выборок должно быть не менее 11 наблюдений.

Объемы выборок должны примерно совпадать:

Меньше 50 наблюдений – разница не более 10;

От 50 до 100 наблюдений – не больше 20;

Больше ста наблюдений, то одна из выборок не должна быть больше другой более чем в 1,5 – 2 раза.

Диапазоны разброса значений в двух выборках не должны совпадать между собой, иначе применение критерия бессмысленно.

Алгоритм ранжирования.

1) Меньшему значению начисляется меньший ранг. Наименьшему значению начисляется ранг 1. Наибольшему значению начисляется ранг, соответствующий количеству ранжируемых значений. (Например, если n = 7, то наибольшее значение получит ранг 7.)

2) В случае если несколько значений равны, им начисляется ранг, представляющий собой среднее значение из тех рангов, которые они получили бы, если бы не были равны. Не следует путать понятие ранга и понятия порядкового номера! При ранжировании мы выбираем в качестве следующего значения не следующее «по списку», а следующее по величине.)

3) Общая сумма рангов должна совпадать с расчетной, которая вычисляется по формуле:

$$\Sigma (R_i) = N(N+1) / 2$$

Где N – общее количество ранжируемых наблюдений (значений).

Несовпадение реальной и расчетной суммы рангов свидетельствует о допущенной ошибке при начислении рангов или при их суммировании*!*

2. U – критерий Манна-Уитни

Критерий предназначен для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного. Он позволяет выявлять различия между малыми выборками, когда n1 и n2 больше или равны 3 (либо n1 = 2, а n2 тогда больше или равно 5.)

Метод определяет, достаточно ли мала зона пересекающихся значений между двумя рядами. Чем меньше эта область, тем более вероятно, что различия достоверны. Эмпирическое (фактически полученное) значение критерия U отражает то, насколько велика зона совпадения между рядами. Чем меньше Uэмп., тем более вероятно, что различия достоверны.

Гипотезы.

Но: Уровень признака в группе 2 не ниже уровня признака в группе 1.

Н1: Уровень признака в группе 2 ниже уровня признака в группе 1.

Ограничения критерия U.

1. В каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений или, в крайнем случае, допускается соотношение 2 к 5 или более.
2. В каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений.

Алгоритм подсчета критерия U – Манна-Уитни.

1. Перенести все данные выборок на индивидуальные карточки (на которых цветом или как-то еще будет отражено, к какой из выборок принадлежит значение).
2. Разложить все карточки в общий ряд по мере нарастания признака, не считаясь с тем, к какой выборке они относятся.
3. Проранжировать (согласно алгоритму ранжирования) значения на карточках, приписывая меньшему значению меньший ранг. Всего рангов должно быть n1 + n2 (объем первой выборки + объем второй выборки).
4. Заново разложить карточки в два ряда, по признаку принадлежности к выборке 1 или выборке 2.
5. Подсчитать сумму рангов отдельно на карточках группы 1 и группы 2. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной.
6. Определить большую из двух ранговых сумм.
7. Определить значение U по формуле:
8. Определить из таблиц критические значения U, в соответствии с этим, принять либо отклонить гипотезу Но.

3. Н – критерий Крускала - Уоллиса

Критерий Н применяется для оценки различий по степени выраженности анализируемого признака одновременно между тремя, четырьмя и более выборками. Он позволяет выявить степень изменения признака в выборках, не указывая, однако, на направление этих изменений.

Критерий основан на том принципе, что чем меньше взаимопересечение выборок, тем выше уровень значимости $H_{эмп}$. Следует подчеркнуть, что в выборках может быть разное количество испытуемых, хотя в приведенных ниже задачах приводится равное число испытуемых в выборках.

Работа с данными начинается с того, что все выборки условно объединяются по порядку встречающихся величин в одну выборку и значениям этой объединенной выборки проставляются ранги. Затем полученные ранги проставляются исходным выборочным данным и по каждой выборке отдельно подсчитывается сумма рангов. Критерий построен на следующей идее – если различия между выборками незначимы, то и суммы рангов не будут существенно отличаться одна от другой и наоборот.

Величина $H_{эмп}$ подсчитывается по формуле:

$$H_{эмп_i} = \frac{12}{N \cdot (N+1)} \cdot \sum \frac{R_i^2}{n_i} - 3 \cdot (N+1)$$

Где N – общее число членов в обобщенной выборке;

n_i – число членов в каждой отдельной выборке;

R_i^2 – квадраты сумм рангов по каждой выборке.

При определении критических значений критерия применительно к четырем и более выборкам используют таблицу для критерия *хи*-квадрат, подсчитав предварительно число степеней свободы v для $c = 4$. Тогда $v = c – 1 = 4 – 1=3$..

Подчеркнем, что если использовать критерии, позволяющие сравнивать только два ряда значений, то полученный выше результат потребовал бы шести сравнений – первая выборка со второй, третьей и т.д.

Для использование критерия *H* необходимо соблюдать следующие условия:

1. Измерение должно быть проведено в шкале порядка, интервалов или отношений.
2. Выборки должны быть незагисимыми.
3. Допускается разное число испытуемых в сопоставляемых выборках.
4. При сопоставлении трех выборок допускается, чтобы в одной из них было $n = 3$, а в двух других $n = 2$. Однако в таком случае различия могут быть зафиксированы лишь на 5 % уровне значимости.
5. Таблица 9 Приложения предусмотрена только для трех выборок и {*n*1*n*2, *n*3}, £ 5, то есть максимальное число испытуемых во всех трех выборках может быть меньше и равно 5.
6. При большем числе выборок и разном количестве испытуемых в каждой выборке следует пользоваться таблицей для критерия *хи*-квадрат. В этом случае число степеней свободы при этом определяется по формуле: $v = c – 1$, где c – количество сопоставляемых выборок.

4. S – критерий тенденций Джонкира

Этот критерий ориентирован на выявление тенденций изменения измеряемого признака при сопоставлении от трех и до шести выборок. В отличие от предыдущего критерия Я, количество элементов в каждой выборке должно быть одинаковым. Если же число элементов в каждой выборке различно, то необходимо случайным образом уравнять выборки, при этом неизбежно утрачивается часть информации. Если же потеря информации покажется слишком расточительной, то следует воспользоваться вышеприведенным критерием *H* – Крускала–Уоллиса, хотя в этом случае нельзя будет выдвигать гипотезу о наличии или отсутствии искомых тенденций.

Критерий *S* основан на следующем принципе: все выборки располагаются слева направо в порядке возрастания значений исследуемого признака. При этом выборка, в которой среднее значение или сумма всех значений меньше, чем в остальных выборках, располагается слева, а выборка, в которой эти же значения выше, располагается правее и так далее.

После такого упорядочивания для каждого отдельного элемента, стоящего слева в выборке, подсчитывается число инверсий по отношению ко всем элементам упорядоченных выборок, расположенных правее. Инверсией для данного элемента выборки считается число элементов, которые превышают данный элемент по величине по всем выборкам справа. Инверсии по отношению к собственной выборке, т.е. той, в которой находится данный элемент, не подсчитываются. В соответствии с этим правилом у последнего столбца выборки инверсии также не подсчитываются, т.к. справа больше нет данных.

Правило подсчета инверсий позволяет утверждать, что чем выше величина инверсий у крайних правых столбцов, тем выше уровень значимости статистики *S*.

Следующий этап – подсчет общей суммы получившихся инверсий. Это число обозначается как *A*. В нашем примере оно равно $A = 30 + 18 + 10 = 58$.

Величина *S* критерия вычисляется по формуле:

$$S_{эмп} = 2 \cdot A - B$$

В формуле символ *B* также представляет собой выражение:

$$B = \frac{c \cdot (c-1)}{2} \cdot n$$

где *n* – количество элементов в столбце (группе)

c – количество столбцов (групп).

Для использования критерия S необходимо соблюдать следующие условия:

1. Измерение может быть проведено в шкале порядка, интервалов и отношений.

2. Выборки должны быть независимыми.

3. Количество элементов в каждой выборке должно быть одинаковым. Если это не так, то необходимо случайным образом уравнять выборки.

4. Нижняя граница применимости критерия: не менее трех выборок и не менее двух элементов в каждом наблюдении. Верхняя граница определяется таблицей 10 Приложения – не более 6 выборок и не более 10 элементов в каждой выборке. Во всех других случаях следует пользоваться критерием *H*.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
3. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512 с.
4. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 14.
Критерии оценки достоверности сдвига в значениях исследуемого признака

1. G – критерий знаков.
2. T – критерий Вилкоксона.
3. Критерий тенденций L Пейджа
4. X^2 – критерий Фридмена
5. Применение непараметрических критериев: классификация сдвигов и критериев оценки их статистической достоверности.

1. G – критерий знаков

Критерий знаков предназначен для установления общего направления сдвига исследуемого признака. Он позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму.

Критерий применим как к тем изменениям, которые могут быть определены только качественно (например, изменение отношения к чему-либо), так и к тем, которые могут быть измерены количественно (например, сокращение времени работы над заданием после экспериментального воздействия).

Под сдвигами понимается разница между значением n-ного наблюдения в первом и втором измерении. Иными словами, сдвиг – это разница между тем результатом, который показал n-ный испытуемый из выборки до и после экспериментального воздействия. В ходе эксперимента может стать видно, что, к примеру, у большинства испытуемых сдвиг произошел в положительную сторону (усиление признака; в ту сторону, которую предполагал исследователь и т.п.). Производится подсчет положительных, отрицательных и нулевых сдвигов (изменений не зафиксировано), затем последние исключаются из рассмотрения, что уменьшает фактический объем выборки. Согласно табличным данным, производится сопоставление и определение достоверности различий.

Преобладающие сдвиги принято называть «типичными», сдвиги в противоположную сторону – «нетипичными».

Гипотезы

Ho. Преобладание направления сдвига является случайным.

H 1. Преобладание направления сдвига не является случайным.

Ограничения критерия.

Объем выборки может находиться в диапазоне от 5 до 300 элементов.

Алгоритм подсчета G – критерия знаков

1. Подсчитать количество нулевых сдвигов и исключить их из рассмотрения. (При этом n уменьшится, и не должно стать меньше 5).
2. Определить преобладающее направление изменений. Считать сдвиги в преобладающем направлении «типичными».
3. Определить количество «нетипичных» сдвигов, считать это число эмпирическим значением G.
4. Определить из таблиц критическое значение для данного объема выборки и сопоставить с полученным эмпирическим значением G. В случае если эмпирическое число меньше или равно критическому, сдвиг в типичную сторону может считаться достоверным.

2. Т – критерий Вилкоксона

Критерий предназначен для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность, то есть, способен определить, является ли сдвиг показателей в одном направлении более интенсивным, чем в другом.

Критерий применим в тех случаях, когда признаки измерены, по крайней мере, в порядковой шкале. Целесообразно применять данный критерий, когда величина самих сдвигов варьирует в некотором диапазоне (10-15% от их величины). Это объясняется тем, что разброс значений сдвигов должен быть таким, чтобы появлялась возможность их ранжирования. В случае если сдвиги незначительно отличаются между собой, и принимают какие-то конечные значения, например. +1, -1 и 0, формальных препятствий к применению критерия нет, но, ввиду большого числа одинаковых рангов, ранжирование утрачивает смысл, и те же результаты проще было бы получить с помощью критерия знаков.

Суть метода состоит в том, что мы сопоставляем абсолютные величины выраженности сдвигов в том или ином направлении. Для этого сначала все абсолютные величины сдвигов ранжируются, а потом суммируются ранги. Если сдвиги в ту или иную сторону происходят случайно, то и суммы их рангов окажутся примерно равны. Если же интенсивность сдвигов в одну сторону больше, то сумма рангов абсолютных значений сдвигов в противоположную сторону будет значительно ниже, чем это могло бы быть при случайных изменениях.

Сдвиг в более часто встречающемся направлении принято считать «типичным», и наоборот.

Гипотезы

Но. Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

Н1. Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

Ограничения критерия

Объем выборки – от 5 до 50 элементов.

Нулевые сдвиги исключаются из рассмотрения. (Это требование можно обойти, переформулировав вид гипотезы. *Например: сдвиг в сторону увеличения значений превышает сдвиг в сторону их уменьшения и тенденцию к сохранению на прежнем уровне.*)

Алгоритм вычисления Т – критерия Вилкоксона

1. Составить список испытуемых в любом порядке, например, алфавитном.
2. Вычислить разность между индивидуальными значениями во втором и первом замерах. Определить, что будет считаться типичным сдвигом.
3. Согласно алгоритму ранжирования, проранжировать абсолютные величины разностей, начисляя меньшему значению меньший ранг, и проверить совпадение полученной суммы рангов с расчетной.

4. Отметить каким-либо способом ранги, соответствующие сдвигам в нетипичном направлении. Подсчитать их сумму Т.

5. Определить критические значения Т для данного объема выборки. Если Т-эмп. меньше или равен Т-кр. – сдвиг в «типичную» сторону достоверно преобладает.

3. L – критерий тенденций Пейджа

Критерий L Пейджа применяется для сопоставления показателей, измеренных в трех и более условиях на одной и той же выборке испытуемых.

Критерий позволяет выявить тенденции в измерении величин признака при переходе от условия к условию. Его можно рассматривать как продолжение теста Фридмена, поскольку он не только констатирует различия, но и указывает на направление изменений.

Критерий позволяет проверить наши предположения об определенной возрастной или ситуативно обусловленной динамике тех или иных признаков. Он позволяет объединить несколько произведенных замеров единой гипотезой о тенденции изменения значений признака при переходе от замера к замеру. Если бы не его ограничения, критерий был бы незаменим в "продольных" или лонгитюдных исследованиях.

К сожалению, имеющиеся таблицы критических значений рассчитаны только на небольшую выборку ($n \leq 12$) и ограниченное количество сопоставляемых замеров ($c \leq 6$).

В случае, если эти ограничения не выполняются, приходится использовать критерий $\chi^2 r$ Фридмана, рассмотренный в предыдущем параграфе.

В критерии L применяется такое же ранжирование условий по каждому испытуемому, как и в критерии $x^2 r$. Если испытуемый в первом опыте допустил 17 ошибок, во втором - 12, а в третьем - 5, то 1-й ранг получает третье условие, 2-й ранг - второе, а 3-й ранг - первое условие. После того, как значения всех испытуемых будут проранжированы, подсчитываются суммы рангов по каждому условию. Затем все условия располагаются в порядке возрастания ранговых сумм: на первом месте слева окажется условие с меньшей ранговой суммой, за нимусловие со следующей по величине ранговой суммой, и т. д., пока справа не окажется условие с самой большой ранговой суммой. Далее мы с помощью специальной формулы подсчета L проверяем, действительно ли значения возрастают слева направо. Эмпирическое значение критерия L отражает степень различия между ранговыми суммами, поэтому чем выше значение L, тем более существенны различия.

Гипотезы.

Но: Увеличение индивидуальных показателей при переходе от первого условия ко второму, а затем к третьему и далее, случайно.

Н1: Увеличение индивидуальных показателей при переходе от первого условия ко второму, а затем к третьему и далее, неслучайно.

При формулировке гипотез мы имеем в виду новую нумерацию условий, соответствующую предполагаемым тенденциям.

Символом достоверной, отчетливой тенденции в изменении показателей при переходе от условия к условию будет достаточно "собранная" ломаная кривая, устремленная кверху или, наоборот, книзу. Если на Рис. 3.6 характерной чертой всех индивидуальных кривых был крутой излом в одной и той же точке графика, то в данном случае на некоторых отрезках повышение кривой характеризуется большей крутизной, а на других - меньшей крутизной. Очевидно, достоверность тенденций будет обеспечиваться именно отрезками более крутого восхождения, но тест тенденций снисходительно распространит этот эффект и на более пологие отрезки.

Ограничения критерия Пейджа

1. нижний порог - 2 испытуемых, каждый из которых прошел не менее 3-х замеров в разных условиях. Верхний порог - 12 испытуемых и 6 условий ($n \leq 12$, $c \leq 6$). Они предусматривают три уровня статистической значимости: $p \leq 0{,}05$; $p \leq 0{,}01$; $p \leq 0{,}001$;

2. необходимым условием применения теста является упорядоченность столбцов данных: слева должен располагаться столбец с наименьшей ранговой суммой показателей, справа – с наибольшей. Можно просто пронумеровать заново все столбцы, а потом вести расчеты не слева направо, а по номерам, но так легче запутаться.

Подсчет критерия тенденций L Пейджа

1.проранжировать индивидуальные значения первого испытуемого, полученные им в 1-м, 2-м, 3-м и т. д. замерах. При этом первым может быть любой испытуемый, например первый по алфавиту имен;

2. проделать то же самое по отношению ко всем другим испытуемым;

3. просуммировать ранги по условиям, в которых осуществлялись замеры. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной суммой.

4. расположить все условия в порядке возрастания их ранговых сумм в таблице;

5. определить эмпирическое значение L по формуле:

$$\mathbf{L=\sum(Ti*j)}$$

Где Ti - сумма рангов по данному условию;

j - порядковый номер, приписанный данному условию в упорядоченной последовательности условий.

6. по таблице определить критические значения L для данного количества испытуемых n и данного количества условий c. Если L эмп. равен критическому значению, или превышает его, тенденция достоверна.

В тех случаях, когда мы хотим оценить различия в интенсивности сдвига в двух группах испытуемых (контрольной и экспериментальной или двух экспериментальных), мы можем использовать различные варианты сопоставлений:

1) производить сопоставления отдельно в двух группах, используя критерии L и $\chi^2 r$;

2) сопоставлять показатели сдвига в двух группах.

Сдвиг - это разность между вторым и первым замерами. Сначала вычисляются разности отдельно для каждой из групп, а уж затем проводятся сопоставления двух рядов разностей (сдвигов), полученных 13 разных группах.

Поскольку группы независимы, значения сдвигов также независимы, и мы можем применять по отношению к ним уже известные нам критерии Q Розенбаума, U Манна-Уитни и φ* угловое преобразование Фишера.

4. **Х² – критерий Фридмена**

χ^2 - используется для сравнения частот двух распределений: двух эмпирических или эмпирического и теоретического.

Ограничения

Объем сопоставляемых распределений не менее 20-30 вариантов, а минимальная их частота не менее 5.

Алгоритм использования

- проверить выполнение ограничений;
- полученные результаты занести в таблицу:
- сформулировать гипотезы:

Н 0: различия между частотами двух групп незначимы;

Н 1: различия между частотами двух групп значимы.

- вычисления χ^2 провести в таблице:
- по таблице для χ^2 найти χ^2 ($p \leq 0{,}05$).

Если $\chi^2 < \chi^2$ ($p \leq 0{,}05$), то принимается гипотеза Н 0, если $\chi^2 > \chi^2$ ($p \leq 0{,}05$), то принимается Н 1.

5. Применение непараметрических критериев: классификация сдвигов и критериев оценки их статистической достоверности

Виды сдвигов	Объект сопоставлений	Условия: Количество замеров	Условия: Количество групп	Критерии оценки достоверности сдвига
Временные, ситуационные, умозрительные, измерительные	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых в разное время, в разных ситуациях, в разных представляемых условиях или разными способами	2	1	G – критерий знаков; T – критерий Вилкоксона.
		3 и более	1	L - критерий тенденций Пейджа; χ^2r – критерий Фридмена.
Сдвиги под влиянием экспериментальных воздействий	Одни и те же показатели, измеренные у одних и тех же испытуемых до и после воздействия: а) при отсутствии контрольной группы;	2	1	G – критерий знаков; T – критерий Вилкоксона.
		3 и более	1	L - критерий тенденций Пейджа; χ^2r – критерий Фридмена.
	б) при наличии контрольной группы	2	2	Вариант 1 – сопоставление значений «до» и «после» отдельно по экспериментальной и контрольной группам: G – критерий знаков; T – критерий Вилкоксона. Вариант 2 – сопоставление сдвигов в двух группах: Q – критерий; U – критерий Манна-Уитни; φ – критерий Фишера.
		3 и более	2	Сопоставление значений отдельно

				по экспериментальной и контрольной группам: L - критерий тенденций Пейджа; χ^2r – критерий Фридмена.
Структурные сдвиги	Разные показатели одних и тех же испытуемых	2	1	G – критерий знаков; T – критерий Вилкоксона.
		3 и более	1	L - критерий тенденций Пейджа; χ^2r – критерий Фридмена.

Как следует из таблицы, при сопоставлении двух замеров, произведенных на одной и той же (экспериментальной) выборке, применяются критерии знаков G и критерий T Вилкоксона. При сопоставлении трех и более замеров, произведенных на одной и той же выборке, применяются критерий тенденций L Пейджа, а если он неприменим из-за большого объема выборок - критерий x^2r Фридмана.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.
3. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512 с.
4. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326 с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 15.
Критерии различия в распределении признака

1. χ^2 критерий Пирсона

2. λ - критерий Колмогорова–Смирнова

1. χ^2 критерий Пирсона

Критерий применяется в двух целях:

1) для сопоставления эмпирического распределения признака с теоретическим;

2) для сопоставления двух или более эмпирических распределений одного и того же признака.

Критерий χ^2 отвечает на вопрос о том, с одинаковой ли частотой встречаются разные значения признака в эмпирическом и теоретическом распределениях или в двух или более эмпирических распределениях.

Метод позволяет сопоставлять распределения признаков, представленных в любой шкале, начиная от шкалы наименований. В самом простом случае «есть результат – нет результата» уже можно пользоваться данным критерием.

Гипотезы

1) Полученное эмпирическое распределение признака не отличается (**Ho**)/ отличается (**H1**) от теоретического (например, равномерного) распределения.

2) Эмпирическое распределение 1 не отличается (**Ho**)/ отличается (**H1**) от эмпирического распределения 2.

3) Эмпирические распределения 1,2,3 не отличаются (**Ho**)/ отличаются (**H1**) между собой.

Алгоритм расчета критерия

1. Занести в таблицу наименования разрядов и соответствующие им эмпирические частоты (первый столбец).
2. Рядом с каждой эмпирической частотой записать теоретическую частоту (второй столбец).
3. Подсчитать разности между эмпирической и теоретической частотой по каждому разряду (строке) и записать их в третий столбец.
4. Определить число степеней свободы по формуле: $\nu = к - 1$, где к – количество разрядов признака.
5. Возвести в квадрат полученные разности, и занести их в четвертый столбец.
6. Разделить полученные квадраты разностей на теоретическую частоту и записать результаты в пятый столбец.
7. Просуммировать значения пятого столбца. Полученную сумму обозначить как $\chi^2_{\text{эмп.}}$
8. Определить из таблиц критические значения для данного числа степеней свободы, и на основании полученных значений сделать вывод о достоверности расхождений между распределениями.

Алгоритм вычислений так же выражается формулой:

$$\chi^2 = N\sum_{i=1}^{N}\frac{\left(p_i^t - p_i^e\right)^2}{p_i^t},$$

где N – число интервалов, по которому строился эмпирический закон распределения (число столбцов соответствующей гистограммы), i – номер интервала, p_i^t -вероятность попадания значения случайной величины в i-й интервал для теоретического закона распределения, p_i^e – вероятность попадания значения случайной величины в i-й интервал для эмпирического закона распределения. Она и должна подчиняться распределению хи-квадрат.

Если вычисленное значение статистики превосходит квантиль распределения хи-квадрат с k-p-1 степенями свободы для заданного уровня значимости, то гипотеза H_0 отвергается. В противном случае она принимается на заданном уровне значимости. Здесь k – число наблюдений, p – число оцениваемых параметров закона распределения.

2. λ - критерий Колмогорова-Смирнова

Критерий предназначен для сопоставления двух распределений: а) эмпирического с теоретическим; б) одного эмпирического распределения с другим эмпирическим распределением.

Критерий позволяет найти точку, в которой сумма накопленных расхождений между двумя распределениями является наибольшей и оценить достоверность этого расхождения.

Здесь сопоставляются сначала частоты по первому разряду, потом по сумме первого и второго разрядов, потом по сумме первого, второго и третьего разрядов, и т.д. Таким образом, мы сопоставляем всякий раз накопленные к данному разряду частоты.

Если различия между данными распределениями существенны, то в какой-то момент разность накопленных частот достигнет критического значения, и мы сможем признать различия статистически достоверными. В формулу критерия λ включается эта разность. Чем больше эмпирическое значение λ, тем более существенны различия.

Гипотезы

Различия между двумя распределениями недостоверны **(Ho)** / достоверны **(H1)** (судя по точке максимально накопленного расхождения между ними).

Ограничения критерия

Критерий требует достаточно большой выборки при сопоставлении двух эмпирических распределений (больше или равно 50). При сопоставлении эмпирического распределения с теоретическим допускается n больше или равно 5.

Алгоритм расчета абсолютной величины разности d между эмпирическим и равномерным распределениями.

1. Занести в таблицу наименования разрядов и соответствующие им эмпирические частоты (первый столбец).

2. Подсчитать относительные эмпирические частоты для каждого разряда по формуле**:** f эмп. = f / n, где: fэмп. – эмпирическая частота по данному разряду, n – общее количество наблюдений. Занести результаты во второй столбец.

3. Подсчитать накопленные эмпирические частоты по формуле: $\Sigma f^*j = \Sigma f^*_{j-1} + f^*\ j$, где Σf^*_{j-1} - частота, накопленная на предыдущих разрядах; j – порядковый номер разряда; f* j – эмпирическая частота данного j-го разряда. Занести результаты в третий столбец таблицы.

4. Подсчитать накопленные теоретические частоты для каждого разряда по формуле: $\Sigma f^*\text{т}j = \Sigma f^*\text{т}_{j-1} + f^*\ \text{т}j$, где: $\Sigma f^*\text{т}_{j-1}$ - теоретическая частота, накопленная на предыдущих разрядах; j – порядковый номер разряда; f* тj – теоретическая частота данного разряда. Занести результаты в четвертый столбец таблицы.

5. Вычислить разности между эмпирическими и теоретическими накопленными частотами по каждому разряду.

6. Записать в пятый столбец абсолютные величины полученных разностей (без учета их знака). Обозначить их как d.

7. Определить по пятому столбцу наибольшую величину разности d max.

8. Исходя из таблиц, определить критическое значение d max для данного числа n наблюдений. Если полученное эмпирическое число d max превышает критическое – различия достоверны.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.
3. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512 с.
4. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326 с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Лекция 16.
Многофункциональные статистические критерии

1. Понятие многофункциональных критериев.
2. Критерий φ* - угловое преобразование Фишера.
3. Биномиальный критерий m.

1. Понятие многофункциональных критериев

Многофункциональные статистические критерии - это критерии, которые могут использоваться по отношению к самым разнообразным данным, выборкам и задачам.

Это означает, что данные могут быть представлены в любой шкале, начиная от номинативной (шкалы наименований).

Это означает также, что выборки могут быть как независимыми, так и "связанными", то есть мы можем с помощью многофункциональных критериев сравнивать и разные выборки испытуемых, и показатели одной и той же выборки, измеренные в разных условиях. Нижние границы выборок - 5 наблюдений, но возможно применение критериев и по отношению к выборкам с *n=2,* с некоторыми оговорками (см. разделы "Ограничения критерия φ*" и "Ограничения биномиального критерия m”)

Верхняя граница выборок задана только в биномиальном критерии - 50 человек. В критерии φ* Фишера верхней границы не существует - выборки могут быть сколь угодно большими.

Многофункциональные критерии позволяют решать задачи сопоставления уровней исследуемого признака, сдвигов в значениях исследуемого признака и сравнения распределений.

К числу многофункциональных критериев в полной мере относится критерий φ* Фишера (угловое преобразование Фишера) и, с некоторыми оговорками - биномиальный критерий m.

Многофункциональные критерии построены на сопоставлении долей, выраженных в долях единицы или в процентах. Суть критериев [состоит в определении того, какая доля наблюдений (реакций, выборов, испытуемых) в данной выборке характеризуется интересующим исследователя эффектом и какая доля этим эффектом не характеризуется.

Таким эффектом может быть:

а) определенное *значение* качественно определяемого признака - например, выражение согласия с каким-либо предложением; выбор правой дорожки из двух симметричных дорожек; отнесенность к определенному полу; присутствие фигуры отца в раннем воспоминании и др.

б) определенный *уровень* количественно измеряемого признака, например, получение оценки, превосходящей проходной балл; решение задачи менее чем за 20 сек; факт работы в команде, по численности превышающей 4-х человек; выбор дистанции в разговоре, превышающей 50 см, и др.

в) определенное *соотношение* значений или уровней исследуемого признака, например, более частый выбор альтернатив А и Б по сравнению с альтернативами В и Г; преимущественное проявление крайних значений признака, как самых высоких, так и самых низких; преобладание положительных сдвигов над отрицательными и др.

Итак, путем сведения любых данных к альтернативной шкале "Есть эффект - нет аффекта" многофункциональные критерии позволяют решать все три задачи сопоставлений - сравнения "уровней", оценки "сдвигов" и сравнения распределений.

Критерий φ* применяется в тех случаях, когда обследованы *две* выборки испытуемых, биномиальный критерий m - в тех случаях, когда обследована лишь *одна* выборка испытуемых.

1. Критерий φ* - угловое преобразование Фишера

Критерий предназначен для сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего исследователя эффекта.

Критерий оценивает достоверность различий между процентными долями двух выборок, в которых зарегистрирован интересующий нас эффект. Суть углового преобразования Фишера состоит в переводе процентных долей в величины центрального угла, выраженные в радианах. Большей процентной доле будет соответствовать большее значение угла φ, и наоборот. Поскольку в уравнение включена тригонометрическая функция, зависимость между φ и процентной долей будет нелинейной. Она выражается уравнением:

$$\boldsymbol{\varphi = 2 \arcsin(\sqrt{P})}$$ *(арксинус корень из Р)*

Гипотезы.

Доля случаев, в которых проявляется исследуемый эффект, в выборке 1 не больше **(Но)** \ больше **(Н1)**, чем в выборке 2.

Ограничения критерия

1. Ни одна из сопоставляемых долей не должна быть равной нулю.

2. Число элементов выборки не ограничено сверху. Нижний предел – 2 наблюдения в одной из выборок, при условии соблюдения соотношений:

Первая выборка	Вторая выборка
2	Не менее 30
3	Не менее 7
4	Не менее 5
При n1; n2 больше или равно 5 воз-	

можны любые сочетания.

Возможности использования критерия

1. Сопоставление выборок по качественно определяемому признаку.
2. Сопоставление выборок по количественно измеряемому признаку.
3. Сопоставление выборок и по уровню, и по распределению признака.

Алгоритм расчета критерия φ*

1. Определить те значения признака, которые будут критерием для разделения испытуемых на тех, у кого есть эффект и нет эффекта. *(Если признак измерен количественно, следует использовать критерий λ – Колмогорова–Смирнова для поиска оптимальной точки разделения.)*
2. Начертить четырехклеточную таблицу из двух столбцов и двух строк:

Есть эффект 1 выборка	Нет эффекта 1 выборка
Есть эффект 2 выборка	Нет эффекта 2 выборка

3. Подсчитать количества значений, соответствующих ячейкам этой таблицы, и занести числа в таблицу. Сумма чисел по строкам должна совпадать с объемом первой и второй выборки - соответственно.
4. Подсчитать процентные доли значений, имеющих эффект для первой и второй выборки путем деления содержимого ячеек левого столбца на объем соответствующей выборки. Подписать к таблице (например, в скобках) полученные числа, расположив их в соответствующих местах:

Есть эффект 1 выборка (……….%)	Нет эффекта 1 выборка
Есть эффект 2 выборка (……….%)	Нет эффекта 2 выборка

5. Проверить, не равняется ли одна из сопоставляемых долей нулю.
6. Определить из справочных таблиц или по формуле $\boldsymbol{\varphi = \arcsin(\sqrt{P})}$ значение угла для каждой из сопоставляемых процентных долей.
7. Подсчитать эмпирическое значение **φ*** по формуле:

$$\boldsymbol{\varphi^* = (\varphi 1 - \varphi 2)\sqrt{n1\ n2 / (n1 + n2)}}$$

8. По таблицам сопоставить результат с критическим значением. Угловое преобразование Фишера позволяет перевести процентные доли, имеющие распределение, отличное от нормального, в величину угла **φ**. Это распределение уже близко к нормальному, и позволяет использовать параметрические методы статистического анализа.

3. Биномиальный критерий m

Критерий предназначен для сопоставления частоты встречаемости какого-либо эффекта с теоретической или заданной частотой его встречаемости.

Он применяется в тех случаях, когда обследована лишь одна выборка объемом не более 300 наблюдений, в некоторых задачах - не больше 50 наблюдений.

Биномиальный критерий m позволяет оценить, насколько эмпирическая частота интересующего нас эффекта превышает теоретическую, среднестатистическую или какую-то заданную частоту, соответствующую вероятности случайного угадывания, среднему проценту успешности в выполнении данного задания, допустимому проценту брака и т.п.

Биномиальный критерий незаменим, если налицо 2 условия:

а) обследована лишь одна выборка испытуемых, и нет возможности или смысла делить эту выборку на две части с целью дальнейшего применения критерия, φ*, так как для нас по каким-то причинам важно исследовать частоту встречаемости признака в выборке в целом;

б) в обследованной выборке менее 30 испытуемых, что не позволяет нам применить критерий χ^2.

Если в нашей выборке больше 30 испытуемых, мы все же можем использовать критерий m и тем самым сэкономить время на подсчете χ^2.

Эмпирическая частота наблюдений, в которых проявляется интересующий нас эффект, обозначается как т. Это и есть эмпирическое [значение критерия т. Если $m_{эмп}$ равен или превышает $m_{кр}$, то различия достоверны.

Гипотезы

H_0: Частота встречаемости данного эффекта в обследованной выборке не превышает теоретической (заданной, ожидаемой, предполагаемой).

H_1: Частота встречаемости данного эффекта в обследованной выборке превышает теоретическую (заданную, ожидаемую, предполагаемую).

Ограничения биномиального критерия

1. В выборке должно быть не менее 5 наблюдений. В принципе возможно применение критерия и при $2 \le n < 5$, но лишь в отношении определенного типа задач.

2. Верхний предел численности выборки зависит от ограничений, определяемых пп. 3-8 и варьирует в диапазоне от 50 до 300 наблюдений, что определяется имеющимися таблицами критических значений.

3. Биномиальный критерий m позволяет проверить лишь гипотезу о том, что частота встречаемости интересующего нас эффекта в обследованной выборке *превышает* заданную вероятность Р. Заданная вероятность при этом должна быть: $P \le 0{,}50$.

4. Если мы хотим проверить гипотезу о том, что частота встречаемости интересующего нас эффекта достоверно *ниже* заданной вероятности, то при Р=0,50 мы можем сделать это с помощью уже известного критерия знаков G, при Р>0,50 мы должны преобразовать гипотезы в противоположные, а при Р<0,50 придется использовать критерий χ^2.

По таблице легко определить, какой из путей для нас доступен.

Выбор критерия для сопоставлений эмпирической частоты с теоретической при разных вероятностях исследуемого эффекта Р и разных гипотезах.

Заданные вероятности	H_1: $f_{эмп}$ достоверно выше $f_{теор}$	H_1: $f_{эмп}$ достоверно ниже $f_{теор}$
P<0,50	А m для $2 \le n \le 50$	Б χ^2 для $n \ge 30$
P=0,50	В m для $5 \le n \le 300$	Г G для $5 \le n \le 300$
P>0,50	Д χ^2 для $n \le 30$	Е m для $2 \le n \le 50$

А) Если заданная вероятность Р<0,50, а $f_{эмп} > f_{теор}$ (например, допустимый уровень брака - 15%, а в обследованной выборке получено значение в 25%), то биномиальный критерий применим для объема выборки $2 \le n \le 50$.

Б) Если заданная вероятность Р<0,50, а $f_{эмп} > f_{теор}$ (например, допустимый уровень брака - 15%, а в обследованной выборке наблюдается 5% брака), то биномиальный критерий неприменим и следует применять критерий χ^2.

В) Если заданная вероятность Р=0,50, а $f_{эмп} > f_{теор}$ (например, вероятность выбора каждой из равновероятных альтернатив Р=0,50, а в обследованной выборке одна из альтернатив выбирается чаще, чем в половине случаев), то биномиальный критерий применим для объема выборки $5 \le n \le 300$.

Г) Если заданная вероятность Р=0,50, а $f_{эмп} > f_{теор}$ (например, вероятность выбора каждой из равновероятных альтернатив Р=0,50, а в обследованной выборке одна из альтернатив наблюдается реже, чем в половине случаев), то вместо биномиального критерия применяется критерий знаков G, являющийся "зеркальным отражением" биномиального критерия при P=0,50. Допустимый объем выборки: $5 \leq n \leq 300$.

Д) Если заданная вероятность P>0,50, а $f_{эмп} > f_{теор}$ (например, среднестатистический процент решения задачи - 80%, а в обследованной выборке он составляет 95%), то биномиальный критерий неприменим и следует применять критерий χ^2 .

Е) Если заданная вероятность P>0,50, а $f_{эмп} > f_{теор}$ (например, среднестатистический процент решения задачи - 80%, а в обследованной выборке он составляет 60%), то биномиальный критерий применим при условии, что в качестве "эффекта" мы будем рассматривать более редкое событие - неудачу в решении задачи, вероятность которого Q=l–P=1–0,80=0,20 и процент встречаемости в данной выборке: 100%–75%=25%. Эти преобразования фактически сведут данную задачу к задаче, предусмотренной n. Допустимый объем выборки: $2 \leq n \leq 50$.

Сформулируем общий алгоритм применения критерия m.

1. Определить теоретическую частоту встречаемости эффекта по формуле:

$F_{теор} = n \cdot P$.

где n - количество наблюдений в обследованной выборке;
P - заданная вероятность исследуемого эффекта.

По соотношению эмпирической и теоретической частот и заданной вероятности P определить, к какой ячейке табл. относится данный случай сопоставлений.

Если биномиальный критерий оказывается неприменимым, использовать тот критерий, который указан в соответствующей ячейке.

2. Если критерий m применим, то определить критические значения m по табл. (при P=0,50) или по табл. (при P<0,50) для данных n и P.

3. Считать $m_{эмп}$ эмпирическую частоту встречаемости эффекта в обследованной выборке: $m_{эмп} = f_{эмп}$.

4. Если $m_{эмп}$ превышает критические значения, это означает, что эмпирическая частота достоверно превышает частоту, соответствующую заданной вероятности.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.

3. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
4. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с

Лекция 17–18
Корреляционный анализ

1. Понятие корреляционной связи**.**
2. Коэффициент корреляции Пирсона.
3. Корреляция метрических переменных.
4. Корреляция ранговых переменных.
5. Корреляция дихотомических переменных.

1. Понятие корреляционной связи

Исследователя нередко интересует, как связаны между собой две или большее количество переменных в одной или нескольких изучаемых выборках. Например, могут ли учащиеся с высоким уровнем тревожности демонстрировать стабильные академические достижения, или связана ли продолжительность работы учителя в школе с размером его заработной платы, или с чем больше связан уровень умственного развития учащихся – с их успеваемостью по математике или по литературе и т.п.?

Такого рода зависимость между переменными величинами называется корреляционной, или корреляцией. **Корреляционная связь** – это согласованное изменение двух признаков, отражающее тот факт, что изменчивость одного признака находится в соответствии с изменчивостью другого.

Корреляционные связи – это вероятностные изменения, которые можно изучать только на представительных выборках методами математической статистики. «Оба термина, **корреляционная связь и корреляционная зависимость** – часто используются как синонимы. Зависимость подразумевает влияние, связь – любые согласованные изменения, которые могут объясняться сотнями причин. Корреляционные связи не могут рассматриваться как свидетельство причинно-следственной зависимости, они свидетельствуют лишь о том, что изменениям одного признака, как правило, сопутствуют определенные изменения другого.

Корреляционная зависимость – это изменения, которые вносят значения одного признака в вероятность появления разных значений другого признака.

Задача корреляционного анализа сводится к установлению направления (положительное или отрицательное) и формы (линейная, нелинейная) связи между варьирующими признаками, измерению ее тесноты, и, наконец, к проверке уровня значимости полученных коэффициентов корреляции.

Корреляционные связи различаются по форме, направлению и степени (силе).

По форме корреляционная связь может быть прямолинейной или криволинейной. Прямолинейной может быть, например, связь между количеством тренировок на тренажере и количеством правильно решаемых задач в контрольной сессии. Криволинейной может быть, например, связь между уровнем мотивации и эффективностью выполнения задачи. При повышении мотивации эффективность выполнения задачи сначала возрастает, затем достигается оптимальный уровень мотивации, которому соответствует максимальная эффективность выполнения задачи; дальнейшему повышению мотивации сопутствует уже снижение эффективности.

По направлению корреляционная связь может быть положительной ("прямой") и отрицательной ("обратной"). При положительной прямолинейной корреляции более высоким значениям одного признака соответствуют более высокие значения другого, а более низким значениям одного признака - низкие значения другого. При отрицательной корреляции соотношения обратные. При положительной корреляции коэффициент корреляции имеет положительный знак, например $r=+0,207$, при отрицательной корреляции - отрицательный знак, например $r=-0,207$.

Степень, сила или теснота корреляционной связи определяется по величине коэффициента корреляции.

Сила связи не зависит от ее направленности и определяется по абсолютному значению коэффициента корреляции.

Максимальное возможное абсолютное значение коэффициента корреляции $r=1,00$; минимальное $r=0,00$.

Общая классификация корреляционных связей:

сильная, или тесная при коэффициенте корреляции $r>0,70$;

средняя при $0,50<r<0,69$;

умеренная при $0,30<r<0,49$;

слабая при $0,20<r<0,29$;

очень слабая при $r<0,19$.

Переменные X и Y могут быть измерены в разных шкалах, именно это определяет выбор соответствующего коэффициента корреляции (см. табл. 3):

Использование коэффициента корреляции в зависимости от типа переменных

Тип шкалы		**Мера связи**
Переменная X	**Переменная У**	
Интервальная или отношений	Интервальная или отношений	Коэффициент Пирсона
Ранговая, интервальная или отношений	Ранговая, интервальная или отношений	Коэффициент Спирмена
Ранговая	Ранговая	Коэффициент Кендалла
Дихотомическая	Дихотомическая	Коэффициент «φ»
Дихотомическая	Ранговая	Рангово-бисериальный
Дихотомическая	Интервальная или отношений	Бисериальный

2. Коэффициент корреляции Пирсона

Термин «корреляция» был введен в науку выдающимся английским естествоиспытателем Френсисом Гальтоном в 1886 г. Однако точную формулу для подсчета коэффициента корреляции разработал его ученик Карл Пирсон.

Коэффициент характеризует наличие только линейной связи между признаками, обозначаемыми, как правило, символами X и Y. Формула расчета коэффициента корреляции построена таким образом, что, если связь между признаками имеет линейный характер, коэффициент Пирсона точно устанавливает тесноту этой связи. Поэтому он называется также коэффициентом линейной корреляции Пирсона. Если же связь между переменными X и Y не линейна, то Пирсон предложил для оценки тесноты этой связи так называемое корреляционное отношение.

Величина коэффициента линейной корреляции Пирсона не может превышать +1 и быть меньше чем -1. Эти два числа +1 и -1 – являются границами для коэффициента корреляции. Когда при расчете получается величина большая +1 или меньшая -1 – следовательно произошла ошибка в вычислениях.

Знак коэффициента корреляции очень важен для интерпретации полученной связи. Подчеркнем еще раз, что если знак коэффициента линейной корреляции – плюс, то связь между коррелирующими признаками такова, что большей величине одного признака (переменной) соответствует большая величина другого признака (другой переменной). Иными словами, если один показатель (переменная) увеличивается, то соответственно увеличивается и другой показатель (переменная). Такая зависимость носит название прямо пропорциональной зависимости.

Если же получен знак минус, то большей величине одного признака соответствует меньшая величина другого. Иначе говоря, при наличии знака минус, увеличению одной переменной (признака, значения) соответствует уменьшение другой переменной. Такая зависимость носит название обратно пропорциональной зависимости.

В общем виде формула для подсчета коэффициента корреляции такова:

$$r_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})\cdot(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

где x_i – значения, принимаемые в выборке X,
y_i – значения, принимаемые в выборке Y;
$\bar{x}$ – средняя по X, $\bar{y}$ – средняя по Y.

Расчет коэффициента корреляции Пирсона предполагает, что переменные X и У распределены нормально.

В формуле встречается величина $\sum(x_i - \bar{x})\cdot(y_i - \bar{y})$ при делении на n (число значений переменной X или Y) она называется ковариацией. Формула предполагает также, что при расчете коэффициентов корреляции число значений переменной X равно числу значений переменной Y.

Число степеней свободы k=n-2.

Статистические методы применяются при обработке материалов психологических исследований для того, чтобы извлечь из тех количественных данных, которые получены в экспериментах, при опросе и наблюдениях, возможно больше полезной информации. Одним самых из распространенных методов статистики является корреляционный анализ.

Термин "корреляция" впервые применил французский палеонтолог Ж. Кювье, который вывел "закон корреляции частей и органов животных" (этот закон позволяет восстанавливать по найденным частям тела облик всего животного). В статистику указанный термин ввел английский биолог и статистик Ф. Гальтон (не просто связь – relation, а "как бы связь " – corelation).

Корреляционный анализ – это проверка гипотез о связях между переменными с использованием коэффициентов корреляции. Коэффициент корреляции – двумерная описательная статистика, количественная мера взаимосвязи (совместной изменчивости) двух переменных. Таким образом, корреляционный анализ это совокупность методов обнаружения корреляционной зависимости между случайными величинами или признаками. Корреляционный анализ для двух случайных величин заключает в себе:

- построение корреляционного поля и составление корреляционной таблицы;
- вычисление выборочных коэффициентов корреляции и корреляционных отношений;
- проверка статистической гипотезы значимости связи.

Основное назначение корреляционного анализа – выявление корреляционной связи между двумя или более изучаемыми переменными. Корреляционная связь это совместное согласованное изменение двух изучаемых характеристик. Данная изменчивость обладает тремя основными характеристиками: формой, направлением и силой.

По форме связь может быть линейной или нелинейной. Более удобной для выявления и интерпретации корреляционной связи является линейная форма.

Для линейной корреляционной связи можно выделить два основных направления: положительное («прямая связь») и отрицательное («обратная связь»).

Сила связи напрямую указывает, насколько ярко проявляется совместная изменчивость изучаемых переменных. В психологии функциональная взаимосвязь явлений эмпирически может быть выявлена только как вероятностная связь соответствующих признаков.

Критерием для отбора «достаточно сильных» корреляций может быть как абсолютное значение самого коэффициента корреляции (от 0,7 до 1), так и относительная величина этого коэффициента, определяемая по уровню статистической значимости (от 0,01 до 0,1), зависящему от размера выборки. В малых выборках для дальнейшей интерпретации корректнее отбирать сильные корреляции на основании уровня статистической значимости. Для исследований, которые проведены на больших выборках, лучше использовать абсолютные значения коэффициентов корреляции.

Таким образом, задача корреляционного анализа сводится к установлению направления (положительное или отрицательное) и формы (линейная, нелинейная) связи между варьирующими признаками, измерению ее тесноты, и, наконец, к проверке уровня значимости полученных коэффициентов корреляции.

В настоящее время разработано множество различных коэффициентов корреляции. Самыми важными и незаменимыми являются три из них: r-Пирсона, r-Спирмена и τ-Кендалла. Для переменных с интервальной и с номинальной шкалой используется коэффициент корреляции Пирсона (корреляция моментов произведений). Если, по меньшей мере, одна из двух переменных имеет порядковую шкалу либо не является нормально распределённой, то используется ранговая корреляция по Спирману или τ Кендала. Если же одна из двух переменных является дихотомической, то можно использовать точечную двухрядную корреляцию. В том случае если обе переменные являются дихотомическими, используется четырёхполевая корреляция. Расчёт коэффициента корреляции между двумя недихотомическими переменными возможен только тогда, кода связь между ними линейна (однонаправлена). Если связь, к примеру, U-образная (неоднозначная), то коэффициент корреляции непригоден для использования в качестве меры силы связи: его значение стремится к нулю.

Таким образом, условия применения коэффициентов корреляции будут следующими:

1. Переменные, измеренные в количественной (ранговой, метрической) шкале на одной и той же выборке объектов;
2. Связь между переменными является монотонной.

Основная статистическая гипотеза, которая проверяется корреляционным анализом, является ненаправленной и содержит утверждение о равенстве корреляции нулю в генеральной совокупности H_0: $r_{xy}=0$. При ее отклонении принимается альтернативная гипотеза H_1: $r_{xy}\neq 0$ о наличии положительной или отрицательной корреляции – в зависимости от знака вычисленного коэффициента корреляции.

3. Корреляция метрических переменных

Для изучения взаимосвязи двух метрических переменных измеренных на одной и той же выборке применяется **коэффициент корреляции r-Пирсона**. Сам коэффициент характеризует наличие только линейной связи между признаками, обозначаемыми, как правило, символами **X** и **Y.** Коэффициент линейной корреляции является параметрическим методом и его корректное применение возможно только в том случае, если результаты измерений представлены в шкале интервалов, а само распределение значений в анализируемых переменных отличается от нормального в незначительной степени. Существует множество ситуаций, в которых его применение целесообразно. Например: влияет ли интеллект школьника на его успеваемость; влияет ли настроение на успешность выхода из проблемной ситуации; зависит ли уровень дохода от темперамента и т.п.

Коэффициент Пирсона находит широкое применение в психологии и педагогике. При обработке данных «вручную» необходимо вычислить коэффициент корреляции, а затем определить p–уровень значимости при помощи критерия t-Стьюдента (в целях упрощения проверки данных пользуются таблицами критических значений r_{xy}, которые составлены с помощью этого критерия). Величина коэффициента линейной корреляции Пирсона не может превышать +1 и быть меньше чем -1. Эти два числа +1 и -1 – являются границами для коэффициента корреляции. Когда при расчете получается величина большая +1 или меньшая -1 – следовательно, произошла ошибка в вычислениях.

Для статистического решения о принятии или отклонении H_0 обычно устанавливают $\alpha=0{,}05$, а для большого объема наблюдений (100 и более) $\alpha=0{,}01$. Если $p\leq\alpha$ H_0 отклоняется и делается содержательный вывод о том, что обнаружена статистически достоверная (значимая) связь между изучаемыми переменными (положительная или отрицательная – в зависимости от знака корреляции). Когда $p>\alpha$, H_0 не отклоняется, и содержательный вывод ограничен констатацией того, что связь (статистически достоверная) не обнаружена.

Если связь не обнаружена, но есть основания полагать, что связь на самом деле есть, то следует проверить возможные причины недостоверности связи.

1. Нелинейность связи - для этого посмотреть график двумерного рассеивания. Если связь нелинейная, но монотонная, перейти к ранговым корреляциям. Если связь не монотонная, то делить выборку на части, в которых связь монотонная, и вычислить корреляции отдельно для каждой части выборки, или делить выборку на контрастные группы и далее сравнивать их по уровню выраженности признака.

2. Наличие выбросов и выраженная асимметрия распределения одного или обоих признаков. Для этого необходимо посмотреть гистограммы распределения частот обоих признаков. При наличии выбросов или асимметрии исключить выбросы или перейти к ранговым корреляциям.

3. Неоднородность выборки (посмотреть график двумерного рассеивания). Попытаться разделить выборку на части, в которых связь может иметь разные направления.

Если же связь статистически достоверна, то прежде, чем делать содержательный вывод, необходимо исключить возможность ложной корреляции.

1. Связь обусловлена выбросами. При наличии выбросов перейти к ранговым корреляциям или исключить выбросы.

2. Связь обусловлена влиянием третьей переменной. Если подобное явление, возможно, необходимо вычислить корреляцию не только для всей выборки, но и для каждой группы в отдельности. Если «третья» переменная метрическая – вычислить частную корреляцию.

Коэффициент частной корреляции $\mathbf{r_{xyz}}$ вычисляется в том случае если необходимо проверить предположение о том, что связь между двумя переменными X и Y не зависит от влияния третьей переменной – Z. Очень часто две переменные коррелируют друг с другом только за счет того, что обе они согласованно меняются под влиянием третьей переменной. Иными словами, на самом деле связь между соответствующими свойствами отсутствует, но проявляется в статистической взаимосвязи под влиянием общей причины. Например, общей причиной изменчивости двух переменных может являться возраст при изучении взаимосвязи различных психологических особенностей в разновозрастной группе. При интерпретации частной корреляции с позиции причинности следует быть осторожным, так как если Z коррелирует и с X и с Y, а частная корреляция r_{xyz} близка к нулю, из этого не обязательно следует, что именно Z является общей причиной для X и Y.

4. Корреляция ранговых переменных

Если к количественным данным неприемлем коэффициент корреляции r-Пирсона, то для проверки гипотезы о связи двух переменных после предварительного ранжирования могут быть применены корреляции r–Спирмена или τ-Кендала. Например, в исследовании психофизических особенностей музыкально одаренных подростков Лавочкина И. А. был использован метод ранговой корреляции.

Для корректного вычисления обоих коэффициентов (Спирмена и Кендалла) результаты измерений должны быть представлены в шкале рангов или интервалов. Принципиальных отличий между этими критериями не существует, но принято считать, что коэффициент Кендала является более «содержательным», так как он более полно и детально анализирует связи между переменными, перебирая все возможные соответствия между парами значений. Коэффициент Спирмена более точно учитывает именно количественную степень связи между переменными.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена (Spearman) является непараметрическим аналогом классического коэффициента корреляции Пирсона, но при его расчете учитываются не связанные с распределением показатели сравниваемых переменных (среднее арифметическое и дисперсия), а ранги. Например, необходимо определить связь между ранговыми оценками качеств личности, входящими в представление человека о своем «Я реальном» и «Я идеальном».

Коэффициент Спирмена также широко используется в психологических исследованиях. Например, в работе Бушова Ю. В. и Несмеловой Н.Н. для изучения зависимости точности оценки и воспроизведения длительности звуковых сигналов от индивидуальных особенностей человека был использован коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

Так как этот коэффициент – аналог r-Пирсона, то и применение его для проверки гипотез аналогично применению r-Пирсона. То есть проверяемая статистическая гипотеза, порядок принятия статистического решения и формулировка содержательного вывода те же. В компьютерных программах (SPSS, Statistica) уровни значимости для одинаковых коэффициентов r-Пирсона, и r-Спирмена всегда совпадают.

Преимущество r-Спирмена по сравнению с r-Пирсона – в большей чувствительности к связи в следующих случаях:

1. существенного отклонения распределения хотя бы одной переменной от нормального вида (асимметрия, выбросы);
2. криволинейной (монотонной) связи.

Ограничением для применения коэффициента r-Спирмена является:

1. по каждой переменной не менее 5 наблюдений;
2. коэффициент при большом количестве одинаковых рангов по одной или обеим переменным дает огрубленное значение.

Коэффициент ранговой корреляции τ-Кендалла (Kendall's tau-b) является самостоятельным оригинальным методом, опирающимся на вычисление соотношения пар значений двух выборок, имеющих одинаковые или отличающиеся тенденции (возрастание или убывание значений). Этот коэффициент называют еще коэффициентом конкордации. Таким образом, основной идеей данного метода то, что о направлении связи можно судить, попарно сравнивая между собой испытуемых: если у пары испытуемых изменение по X совпадает по направлению с изменением по Y, то это свидетельствует о положительной связи, если не совпадает – то об отрицательной связи. Например, при исследовании личностных качеств, имеющих определяющее значение для семейного благополучия. В этом методе одна переменная представляется в виде монотонной последовательности (например, данные мужа) в порядке возрастания величин; другой переменной (например, данные жены) присваиваются соответствующие ранговые места. Количество инверсий (нарушений монотонности по сравнению с первым рядом) используется в формуле для корреляционных коэффициентов.

Применение коэффициента Кендалла является предпочтительным, если в исходных данных имеются выбросы.

Особенностью ранговых коэффициентов корреляции является то, что максимальным по модулю ранговым корреляциям (+1, -1) не обязательно соответствуют строгие прямо или обратно пропорциональные связи между исходными переменными X и Y: достаточна лишь монотонная функциональная связь между ними. Ранговые корреляции достигают своего максимального по модулю значения, если большему значению одной переменной всегда соответствует большее значение другой переменной (+1) или большему значению одной переменной всегда соответствует меньшее значение другой переменной и наоборот (-1).

Проверяемая статистическая гипотеза, порядок принятия статистического решения и формулировка содержательного вывода те же, что и для случая r-Спирмена или r-Пирсона.

Если статистически достоверная связь не обнаружена, но есть основания полагать, что связь на самом деле есть, то следует сначала перейти от r-Спирмена к τ-Кендала (или наоборот), а затем проверить возможные причины недостоверности связи.

1. Нелинейность связи для этого посмотреть график двумерного рассеивания. Если связь не монотонная, то делить выборку на части, в которых связь монотонная или делить выборку на контрастные группы и далее сравнивать их по уровню выраженности признака.

2. Неоднородность выборки (посмотреть график двумерного рассеивания). Попытаться разделить выборку на части, в которых связь может иметь разные направления.

Если же связь статистически достоверна, то прежде, чем делать содержательный вывод, необходимо исключить возможность ложной корреляции (по аналогии с метрическими коэффициентами корреляции).

5. Корреляция дихотомических переменных

При сравнении двух переменных, измеренных в дихотомической шкале, мерой корреляционной связи служит так называемый **коэффициент φ**. Коэффициент фи представляет собой коэффициент корреляции для дихотомических данных.

Величина коэффициента φ лежит в интервале между +1 и -1. Он может быть как положительным, так и отрицательным, характеризуя направление связи двух дихотомически измеренных признаков. Однако интерпретация φ может выдвигать специфические проблемы. Дихотомические данные, входящие в схему вычисления φ непохожи на двумерную нормальную поверхность, следовательно, неправильно считать, что интерпретируемые значения r_{xy}=0,60 и φ=0,60 одинаковы. Коэффициент φ можно вычислить методом кодирования, а также используя так называемую четырехпольную таблицу, или таблицу сопряженности.

Для применения коэффициента корреляции φ необходимо соблюдать следующие условия:

1. Сравниваемые признаки должны быть измерены в дихотомической шкале.

2. Число варьирующих признаков в сравниваемых переменных X и Y должно быть одинаковым.

Данный вид корреляции рассчитываются в компьютерной программе SPSS на основании определения мер расстояния и мер сходства. Некоторые статистические процедуры, такие как факторный анализ, кластерный анализ, многомерное масштабирование, построены на применении этих мер, а иногда сами представляют добавочные возможности для вычисления мер подобия.

В тех случаях, когда одна переменная измеряется в дихотомической шкале (переменная X), а другая в шкале интервалов или отношений (переменная Y), используется **бисериальный коэффициент корреляции**. Например, при проверке гипотез о влиянии пола ребенка на показатель роста и веса.

Коэффициент изменяется в диапазоне от - 1 до +1, но его знак для интерпретации результатов не имеет значения. Для применения бисериального коэффициента корреляции необходимо соблюдать следующие условия:

1. Сравниваемые признаки должны быть измерены в разных шкалах: одна X – в дихотомической шкале; другая Y – в шкале интервалов или отношений.
2. Переменная Y имеет нормальный закон распределения.
3. Число варьирующих признаков в сравниваемых переменных X и Y должно быть одинаковым.

Если же переменная X измерена в дихотомической шкале, а переменная Y в ранговой шкале (переменная Y), то можно использовать **рангово-бисериальный коэффициент корреляции**. Этот коэффициент тесно связан с τ-Кендалла и использует в своем определении понятия совпадения и инверсии. Интерпретация результатов та же, что и для бисериального коэффициента корреляции.

Внутриклассовый коэффициент корреляции (ICC) со значениями, находящимися в диапазоне между -1 и +1. Он применяется в качестве меры связанности в том случае, когда согласованность двух признаков должна быть проверена не так, как при расчете рассмотренных выше корреляционных коэффициентов, относительно её общей направленности ("чем больше одна переменная, тем больше вторая"), а также и относительно средних уровней обеих переменных. Таким образом, расчёт ICC считается уместным только тогда, когда обе переменные имеют приблизительно одинаковый уровень значений. Подобная ситуация вероятнее всего возникнет в случае, когда одной и той же величине дается двоякая оценка.

ICC играет также важную роль при анализе достоверности, где он применяется в качестве меры достоверности. При его расчёте используется более двух переменных, называемых в данном случае объектами.

Итак подведем итоги. Основное назначение корреляционного анализа это выявление связи между переменными. Мерой связи являются коэффициенты корреляции. Выбор коэффициента корреляции напрямую зависит от типа шкалы, в которой измерены переменные, числа варьирующих признаков в сравниваемых переменных и распределения переменных. Наличие корреляции двух переменных еще не означает что между ними существует причинная связь. Хотя корреляция прямо не указывает на причинную связь, она может быть ключом к разгадке причин. На ее основе можно сформировать гипотезы. В некоторых случаях отсутствие корреляции имеет более глубокое воздействие на гипотезу о причинной связи. Нулевая корреляция двух переменных может свидетельствовать о том, что никакого влияния одной переменной на другую не существует.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с

Лекция 19.
Регрессионный анализ

1. Понятие о регрессионном анализе.
2. Множественный регрессионный анализ.
3. Нелинейная регрессия.

4. Однофакторный линейный регрессионный анализ (простая регрессия). Метод наименьших квадратов.
5. Многофакторный линейный регрессионный анализ.
6. Нелинейный регрессионный анализ
7. Проблемы регрессионного анализа

1. Понятие о регрессионном анализе

Взаимосвязь между переменными величинами может быть описана разными способами. Например, эту связь можно описать с помощью различных коэффициентов корреляции (линейных, частных, корреляционного отношения и т.п.). В то же время эту связь можно выразить по-другому: как зависимость между аргументом (величиной) X и функцией Y. В этом случае задача будет состоять в нахождении зависимости вида Y=F(X) или, напротив, в нахождении зависимости вида X=F(Y). При этом изменение функции в зависимости от изменений одного или нескольких аргументов называется *регрессией* [4, с. 255].

Графическое выражение регрессионного уравнения называют линией регрессии. *Линия регрессии* - это прямая, построенная методом наименьших квадратов: сумма квадратов расстояний (вычисленных по оси Y) от каждой точки графика рассеивания до прямой является минимальной. Линия регрессии выражает наилучшее предсказание зависимой переменной (Y) по независимым переменным (X). Эти независимые переменные носят название *предикторов.*

Регрессию выражают с помощью двух уравнений регрессии, которые в самом простом случае выглядят как уравнения прямой:

Y=a_0 + *a^X*, X=Ь$_0$ + biY.

В первом уравнении: Y - зависимая переменная, а X - независимая переменная, a_0- свободный член, a-i - коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

Во втором уравнении: X - зависимая переменная, Y - независимая переменная, b_0 - свободный член, b1 - коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

Таким образом, если на некоторой выборке измерены две переменные, которые коррелируют друг с другом, то, вычислив коэффициенты регрессии, мы получаем принципиальную возможность предсказания неизвестных значений одной переменной (Y - «зависимая переменная») по известным значениям другой переменной (X - «независимая переменная»). Например, предсказываемой «зависимой переменной» может быть успешность обучения, а предиктором, «независимой переменной», - результаты вступительного теста.

Наиболее точным предсказание будет, если |rxy|=1. Тогда каждому значению X будет соответствовать только одно значение Y, а все ошибки оценки будут равны 0.

Особое значение для оценки точности предсказания имеет дисперсия оценок зависимой переменной. По сути, дисперсия оценок зависимой переменной Y - это та часть ее полной дисперсии, которая обусловлена влиянием независимой переменной X. Отношение дисперсии оценок зависимой переменной к ее истинной дисперсии равно квадрату коэффициента корреляции.

Таким образом, квадрат коэффициента корреляции зависимой и независимой переменной представляет долю дисперсии зависимой переменной, обусловленной влиянием независимой переменной, и называется *коэффициентом детерминации.* Данный коэффициент показывает, в какой степени изменчивость одной переменной обусловлена (детерминирована) влиянием другой переменной.

Коэффициент детерминации обладает важным преимуществом по сравнению с коэффициентом корреляции. Корреляция не является линейной функцией связи между двумя переменными. Поэтому, в частности, среднее арифметическое коэффициентов корреляции для нескольких выборок не совпадает с корреляцией, вычисленной сразу для всех испытуемых из этих выборок. Коэффициент детерминации отражает связь линейно и поэтому допускается его усреднение для нескольких выборок.

Для применения метода линейного регрессионного анализа необходимо соблюдать следующие условия:

- Сравниваемые переменные X и Y должны быть измерены в шкале интервалов или равных отношений.
- Предполагается, что переменные X и Y имеют нормальный закон распределения.
- Число варьирующих признаков в сравниваемых переменных должно быть одинаковым.

2. Множественный регрессионный анализ

Множественный регрессионный анализ (МРА) предназначен для изучения взаимосвязи одной переменной (зависимой) и нескольких других переменных (независимых). Обычно применяется для изучения возможностей предсказания некоторого результата по ряду предварительно измеренных характеристик. При этом предполагается, что связь между одной зависимей переменной и несколькими независимыми переменными можно выразить линейным уравнением (что позволяет осуществлять предсказание).

Множественный регрессионный анализ может применяться как для решения прикладных задач, так и для изучения возможностей предсказания некоторого результата по ряду предварительно измеренных характеристик.

Помимо предсказания и определения его точности, множественный регрессионный анализ позволяет определить, какие показатели наиболее существенны, важны для предсказания, а какими переменными можно пренебречь, исключив их из анализа. Например, психолога может интересовать вопрос о том, какие психологические характеристики в наибольшей степени влияют на проявление исследуемой формы поведения или какие индивидуальные особенности лучше предсказывают успешность деятельности.

Ограничение: переменные должны быть измерены в метрической шкале и иметь нормальное распределение. При нарушении этого требования результаты также могут быть полезны.

Для МРА желательно отбирать «независимые» переменные, сильно коррелирующие с «зависимой» переменной и слабо - друг с другом. Если независимых переменных много и наблюдается множество связей между ними, то целесообразно провести факторный анализ этих независимых переменных с вычислением значений факторов для объектов. Таким образом, основными целями МРА являются:

1. Определение того, в какой мере «зависимая» переменная связана с совокупностью «независимых» переменных, какова статистическая значимость этой взаимосвязи. Показатель - коэффициент множественной корреляции и его статистическая значимость по критерию Фишера.
2. Определение существенности вклада каждой «независимой» переменной в оценку «зависимой» переменной, отсев несущественных для предсказания «независимых» переменных. Показатели - регрессионные коэффициенты и их статистическая значимость.
3. Анализ точности предсказания и вероятностных ошибок оценки «зависимой» переменной. Показатель - коэффициент детерминации, интерпретируемый как доля дисперсии «зависимой» переменной, объясняемая совокупностью «независимых» переменных. Вероятностные ошибки предсказания анализируются по расхождению действительных значений «зависимой» переменной и оцененных при помощи модели МРА.
4. Оценка (предсказание) неизвестных значений «зависимой» переменной по известным значениям «независимых» переменных. Осуществ-

ляется по вычисленным параметрам множественной регрессии.

3. Нелинейная регрессия

Иногда, при проведении анализа линейной модели, исследователь получает данные о ее неадекватности. В этом случае его попрежнему интересует зависимость между предикторными переменными и откликом, но для уточнения модели в ее уравнение добавляются некоторые нелинейные члены. Самым удобным способом оценивания параметров полученной регрессии является *нелинейное оценивание.* Например, его можно использовать для уточнения зависимости между стажем работы и производительностью труда, стоимостью дома и временем, необходимым для его продажи и т.д.

Нелинейное оценивание оставляет выбор характера зависимости за исследователем. Например, вы можете определить зависимую переменную как логарифмическую функцию от предикторной переменной, как степенную функцию или как любую другую композицию элементарных функций от предикторов.

Если позволить рассмотрение любого типа зависимости между предикторами и переменной отклика, возникают два вопроса. Во-первых, как истолковать найденную зависимость в виде простых практических рекомендаций. С этой точки зрения линейная зависимость очень удобна, так как позволяет дать простое пояснение: чем больше *X* (т.е. чем больше цена дома), тем больше У (тем больше времени нужно, чтобы его продать), и, задавая конкретные приращения *X,* можно ожидать пропорциональное приращение У. Нелинейные соотношения обычно нельзя так просто проинтерпретировать и выразить словами. Второй вопрос - как проверить, имеется ли на самом деле предсказанная нелинейная зависимость.

Формально говоря, *нелинейное оценивание* является универсальном аппроксимирующей процедурой, оценивающей любой вид зависимости между переменной отклика и набором независимых переменных.

В общем случае, все регрессионные модели могут быть записаны в виде формулы:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

При проведении регрессионного, а в частности нелинейного регрессионного анализа, исследователя интересует, связана ли и если да. то как, зависимая переменная и набор независимых переменных. Выражение *F(x)* в выписанном выше выражении означает, что переменная отклика *y* является *функцией* от независимой переменной x.

5. Однофакторный линейный регрессионный анализ (простая регрессия). Метод наименьших квадратов

Случай статистической зависимости двух случайных переменных наиболее простой как с точки зрения визуальной идентификации, так и с точки зрения математического анализа. Переменная, описывающая причину, называется в регрессионном анализе фактором, а зависимая переменная – откликом. Ключевой процедурой регрессионного анализа является метод наименьших квадратов.

С учетом случайного характера величин, зависимость пар X, Y в линейном регрессионном анализе задается в виде $\bar{Y}_i = a \cdot \bar{X}_i + b + u_i$, где $\bar{X}_i, \bar{Y}_i$ – пары точек, лежащие на искомой прямой, а u_i – случайное возмущение. Идея метода наименьших квадратов состоит в том, чтобы минимизировать сумму квадратов случайных возмущений – отклонений значений ординат статистической зависимости от значений, лежащих на искомой прямой. В результате минимизации соответствующей целевой функции по Лагранжу, получаются формулы для определения коэффициента наклона

$$a = \frac{N \cdot \sum X_i \cdot Y_i - \sum X_i \cdot \sum Y_i}{N \cdot \sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2}$$

и свободного члена

$$b = \bar{Y} - a \cdot \bar{X}$$

искомой прямой.

Важно при этом понимать, что, в силу случайного характера выборок X и Y, величины a и b сами являются случайными – эти величины суть статистики наклона и смещения (относительно нуля вдоль ординаты) регрессионной прямой. Поэтому для каждой из них возможна постановка задачи проверки гипотезы, например об отличии коэффициента наклона от 0, которая приводит к оценке степени значимости статистики.

Для оценки степени статистической значимости отклонения коэффициента a от некоторого заданного значения a_0 используется t-распределение Стьюдента; вычисляется величина

$$t = \frac{a - a_0}{s_a},$$

где s_a – выборочная дисперсия для коэффициента наклона и определяется, находится ли ее значение внутри или вне пределов критического интервала, задаваемого с учетом уровня доверительности (чаще всего – 0,05).

Аналогичным образом вычисляется величина t для полученной оценки b. Критические значение t определяются по таблицам или с помощью функции РАСПРСТЬЮДЕН с учетом числа степеней свободы для оценок $N-2$.

По сути дела, в процедуре линейной регрессии производится сглаживание диаграммы рассеяния с помощью линейной зависимости. Качество такого сглаживания оценивается величиной **коэффициента детерминации**

$$R^2 = 1 - \frac{\sum u_i^2}{\sum \left(\bar{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}.$$

Очевидно, что чем ближе значение коэффициента детерминации к 1, тем лучше качество сглаживания (на практике приемлемым считают R^2>0.8).

Коэффициент детерминации тесно связан с корреляционным коэффициентом – $r = \pm\sqrt{R^2}$, причем знак выбирается совпадающий со знаком a.

5. Многофакторный линейный регрессионный анализ

Техника многофакторного регрессионного анализа в MS Excel практически не отличается от техники двухфакторного – используется тот же самый инструмент – Регрессия из пакета анализа. При этом предполагается, что в исходной таблице, описывающей случайные данные, каждый следующий столбец содержит выборку значений следующей по порядку случайной переменной; в соответствующем окошке указывается сплошная область значений влияющих переменных (факторов) многофакторной линейной модели.

Что касается сути самого анализа, в многофакторной регрессионной модели дополнительно учитываются и анализируются следующие характерные аспекты:

- коэффициент многофакторной детерминации (определение аналогично двухфакторной модели); с учетом сокращения степеней свободы, вызванным многофакторностью, применяется скорректированный коэффициент многофакторной детерминации $\bar{R}^2 = 1-(1-R^2)\cdot\frac{N-1}{N-k}$, где k - количество оцениваемых параметров;
- тест общей значимости качества регрессии; производится на основе статистики Фишера (F - распределение), для чего вычисляется значение $F_{k-1,N-k} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(N-k)}$, которое сравнивается с соответствующим критическим значением. Если вычисленное значение превосходит критическое при наперед заданном уровне значимости, то принимается гипотеза, что параметры регрессии не равны 0 и R^2 существенно отличается от 0.

- парциальные (частные) коэффициенты корреляции между факторами; парциальные коэффициенты корреляции вычисляются между каждым их влияющих факторов и зависимой переменной, очищенные от влияния остальных факторов. Так, например, для 3-факторной линейной регрессионной модели $r_{YX_1 notX_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} \cdot r_{X_1X_2}}{\sqrt{1-r_{X_1X_2}^2} \cdot \sqrt{1-r_{YX_2}^2}}$ и $r_{YX_2 notX_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} \cdot r_{X_1X_2}}{\sqrt{1-r_{X_1X_2}^2} \cdot \sqrt{1-r_{YX_1}^2}}$, причем коэффициенты принимаются со знаками соответствующих параметров регрессии.

Специальным приемом в многофакторном регрессионном анализе явлений и процессов с наличием в них резких изменений (шоков) является использование грубых (шоковых) переменных. Присутствие шоков в модельных данных часто можно определить визуально (например, по виду диаграммы рассеяния). Шоковые переменные обычно задаются как бинарные, т.е. могут принимать только два различных значения – чаще всего 0 и 1. С их помощью моделируются резкие изменения в модели, вызванные психологическими, социальными, экономическими и т.п. стрессами. Дополнительная шоковая переменная D = (0,1) используется в технике регрессионного анализа наравне с другими переменными.

С использованием техники многофакторного регрессионного анализа проводится также статистический анализ распределенных лаговых моделей. Лаговые (с задержками) модели часто возникают в практике анализа случайных временных рядов; в моделях такого сорта предполагается, что на зависимую переменную оказывают влияние значения некоторой однородной объясняющей переменной, но в различные моменты (периоды) времени T. Общая форма такой модели выглядит следующим образом:

$$Y_T = a + b_0 \cdot X_T + b_1 \cdot X_{T-1} + b_2 \cdot X_{T-2} + ... + u$$

Приведение к стандартному виду такой «многофакторной» модели очевидно – «смещенные во времени» переменные рассматриваются как «независимые». Принципиальное отличие лаговой модели от «чистой» многофакторной – наличие сильных корреляций между «соседними» факторами.

Самостоятельно: объяснить каково должно быть соотношение между $r_{YX_1 notX_2}$, $r_{YX_2 notX_1}$ и $r_{X_1X_2}$ с тем, чтобы 3-факторная модель указывала на реальное и независимое влияние объясняющих переменных на зависимую. Задача 1: провести 3-факторный регрессионный анализ с шоковой переменной. Задача 2: провести анализ 2-лаговой модели.

6. Нелинейный регрессионный анализ

В большинстве случаев нелинейные регрессионные зависимости между случайными величинами стараются объяснить, используя технику линейного анализа. Для этого выполняются следующие процедуры:

- ➢ преобразование и замену переменных, которая приводит к линейной модели, затем
- ➢ линейный регрессионный анализ и, наконец,
- ➢ обратное преобразование и замену переменных, для получения оценок параметров нелинейной регрессионной модели.

Случаи, наиболее часто встречающиеся на практике, иллюстрируются приведенной ниже таблицей:

Исходная модель	**Преобразование**	**Тип преобразования**
$Y = b_0 \cdot X^{b_1} \cdot \exp(u)$	$Y^* = b_0^* + b_1 \cdot X^* + u$	логарифмическое
$Y = b_0 + \dfrac{b_1}{X} + u$	$Y = b_0 + b_1 \cdot Z + u$	обратное (отношение)
$Y = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2$	$Y = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot W$ -	Полиномиальное
$Y^* = \ln(Y)$ $b_0^* = \ln(b_0)$ $X^* = \ln(X)$ $Z = \dfrac{1}{X}$ $W = X^2$		

7. Проблемы регрессионного анализа

Регрессионный анализ является основой для предсказания поведения случайного явления (процесса) за пределами данных. Уже в самом простом случае – линейной регрессии – продолжение регрессионной прямой за пределы интервала данных (аргумента) является простейшей формой предсказания. Помимо этого, для предсказания – прогноза развития явления или процесса по располагаемым данным – наиболее часто применяются следующие стандартные процедуры, которые представлены в пакете анализа MS Excel:

Скользящее среднее. Используется для расчета значений в прогнозируемом периоде на основе среднего значения переменной для указанного числа предшествующих периодов. Скользящее среднее, в отличие от простого среднего для всей выборки, содержит сведения о тенденциях изменения данных. Этот метод может использоваться для прогноза сбыта, запасов и других процессов. Расчет прогнозируемых значений выполняется по следующей формуле:

$$F_{T+1} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} A_{T-j+1}$$

где:

- n – число предшествующих периодов, входящих в скользящее среднее;
- A_j – фактическое значение в момент времени j;
- F_T – прогнозируемое значение в момент времени T.

Экспоненциальное сглаживание. Применяется для предсказания значения на основе прогноза для предыдущего периода, скорректированного с учетом погрешностей в этом прогнозе. При анализе используется константа сглаживания а, по величине которой определяется степень влияния на прогнозы погрешностей в предыдущем прогнозе. Прогноз выполняется по формуле:

$$F_{T+1} = F_T + a \cdot (A_T - F_T)$$

Проблемы регрессионного анализа. К числу типичных проблем, возникающих при регрессионном анализе данных, относятся мультиколлинераность, гетероскедастичность и автокорреляция в остатках.

Мультиколлинеарность – термин, означающий наличие высокой степени корреляции влияющих переменных; в результате влияние таких факторов оказывается трудно разделить. Для обнаружения явления мультиколлинеарности в данных используется стандартная техника корреляционного анализа – определяются парные коэффициенты корреляции данных, описывающих влияющие переменные. Если в этих данных обнаруживается тесная корреляция, то, обычно, понижают размерность регрессионной модели исключением одной или нескольких переменных.

Гетероскедастичность – термин, обозначающий неоднородность дисперсии. В отношении регрессии речь идет о неоднородности дисперсии ошибок (остатков). Следует помнить, что метод наименьших квадратов – основа регрессионного анализа – предполагает постоянство дисперсии ошибок (только в этом случае оценки параметров линейной регрессии получаются BLUE – Best Linear Unbiased Estimators (наилучшие линейные несмещенные оценки)). Простейший тест, обнаруживающий гетероскедастичность, заключается в упорядочении данных в порядке возрастания влияющей переменных и проведении регрессионного анализа для двух вариантов – для интервала малых значений и для интервала больших значений влияющей переменной (опуская, к примеру, 5-ю часть средних по величине значений). Затем проводят анализ отношения сумм квадратов ошибок по первому и второму вариантам с использованием F-распределения с $(N - D - 2k)/2$ степенями свободы (здесь N – полное число наблюдений, D – число исключенных наблюдений, k – число оцениваемых параметров), используя в качестве нуль-гипотезы гипотезу о том, что это отношение существенно отлично от 0. <u>Примечание:</u> Если дисперсия ошибки пропорциональна X^2 (частый случай!), то гетероскедастичность может быть устранена делением каждого члена уравнения регрессии на *X* и переоценкой регрессии в модифицированной таким образом модели.

Автокорреляция (остатков) – явление, встречающееся в регрессионном анализе временных рядов и заключающееся в том, что ошибка (остаток) в один момент времени положительно коррелирован с ошибкой (остатком) в предшествующий момент времени (автокорреляция первого порядка). На практике явление автокорреляции приводит к смещению стандартных оценок параметров регрессии вниз, к некорректности результатов статистических тестов и оценкам доверительных интервалов

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512 с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326 с.

Лекция 20.
Кластерный анализ

1. Понятие кластерного анализа.
2. Выбор переменных.
3. Выбор метода кластерного анализа.
4. Последовательность кластерного анализа.

1. Понятие кластерного анализа

Кластерный анализ - это общее название множества вычислительных процедур, используемых при создании классификации. Главная цель кластерного анализа - нахождение групп схожих объектов в выборке данных. Эти группы удобно называть кластерами. Не существует общепринятого определения термина «кластер», однако считается, что кластеры обладают некоторыми свойствами, наиболее важными из которых являются плотность, дисперсия, размеры, форма и отделимость.

Плотность - это свойство, которое позволяет определить кластер как скопление точек в пространстве данных, относительно плотное по сравнению с другими областями пространства, содержащими либо мало точек, либо не содержащими их вовсе. Дисперсия характеризует степень рассеяния точек в пространстве относительно центра кластера, т.е. насколько близко друг к другу расположены точки кластера. Свойство кластера - размеры - тесно связано с дисперсией; если кластер можно идентифицировать, то можно измерить и его «радиус». Это свойство полезно лишь в том случае, если рассматриваемые кластеры являются гиперсферами (т.е. имеют круглую форму) в многомерном пространстве, описываемом признаками. Форма - это расположение точек в пространстве. Если кластеры имеют удлиненную форму, то вместо размера можно вычислить его «связность» - относительную меру расстояния между точками. Отделимость характеризует степень перекрытия кластеров и насколько далеко друг от друга они расположены в пространстве.

Таким образом, **кластеры** - это непрерывные области некоторого пространства с относительно высокой плотностью точек, отделенные от других таких же областей областями с относительно низкой плотностью точек.

Предостережения:

Применяя процедуры кластерного анализа, всегда следует помнить, что:

1) многие методы кластерного анализа - довольно простые процедуры, которые, как правило, не имеют достаточного статистического обоснования (то есть большинство методов являются эвристическими);

2) методы кластерного анализа разрабатывались для многих дисциплин, а потому несут на себе отпечатки специфики этих дисциплин;

3) разные кластерные методы могут порождать и порождают различные решения для одних и тех же данных;

4) цель кластерного анализа заключается в поиске существующих структур. В то же время его действие состоит в привнесении структуры в анализируемые данные, и эта структура может не совпадать с искомой «реальной».

2. Выбор переменных

Выбор переменных в кластерном анализе является одним из наиболее важных шагов в исследовательском процессе, но, к сожалению, и одним из наименее разработанных. Основная проблема состоит в том, чтобы найти ту совокупность переменных, которая наилучшим образом отражает понятие сходства. В идеале переменные должны выбираться в соответствии с ясно сформулированной теорией, которая лежит в основе классификации. Однако на практике теория, обосновывающая классификационные исследования, часто не сформулирована, и поэтому бывает трудно оценить, насколько выбор переменных соответствует поставленной задаче.

Отбор и последующий анализ как можно большего количества переменных в надежде на то, что «структура» проявится, как только будет собрано достаточное количество данных, особенно опасны при применении кластерного анализа ввиду эвристической природы метода и большого числа нерешенных проблем.

Обычно при выполнении кластерного анализа данные подвергаются нормировке таким образом, чтобы среднее у всех переменных равнялось нулю, а дисперсия - единице. Имеются, однако, некоторые разногласия относительно того, должна ли нормировка быть стандартной процедурой в кластерном анализе. Нормировка к единичной дисперсии и нулевому среднему уменьшает различия между группами по тем переменным, по которым наилучшим образом обнаруживались групповые различия. Более целесообразно проводить нормировку внутри групп (т. е. внутри кластеров), но, очевидно, этого нельзя сделать, пока объекты не разнесены по группам.

Ситуация относительно нормировки не совсем ясна. В некоторых исследованиях получилось, что нормировка не приводит к существенным различиям в классификации. Другие исследования показали, что нормировка отрицательно сказывается на адекватности результатов кластерного анализа, а третьи - положительно. Пользователи, имеющие данные с существенно различными измерениями, без сомнения, захотят стандартизировать их, особенно если применяется такая мера сходства, как евклидово расстояние. Решение о проведении нормировки должно приниматься с учетом специфики решаемой задачи, при этом пользователь должен понимать, что результаты могут различаться в зависимости от принятого решения, хотя величина воздействия будет меняться от одного множества данных к другому.

Полемика ведется и вокруг вопроса о необходимости взвешивания переменных. Взвешивание - это манипулирование значением переменной, позволяющее ей играть большую или меньшую роль в измерении сходства между объектами. Хотя эта идея и проста, ее практическое применение затруднительно. Видимо, имеет смысл взвешивать некоторые переменные априори, если для этого есть хорошее теоретическое обоснование.

3. Выбор метода кластерного анализа

Разные методы кластерного анализа соответствуют различным подходам к созданию групп, и применение различных методов к одним и тем же данным может привести к сильно различающимся результатам. Важно помнить, что выбранный метод должен находиться в согласии с ожидаемым характером классификации, применяемыми признаками и мерой сходства.

Двумя наиболее часто используемыми методами кластеризации являются иерархический агломеративный (объединительный) метод - joining (tree clustering) и итеративный метод k-средних (k-means clustering). Рассмотрим каждый из них немного подробнее.

1. Joining (tree clustering)

В агломеративных методах происходит последовательное объединение наиболее близких объектов в один кластер. Процесс такого последовательного объединения можно показать на графике в виде дендрограммы, или дерева объединения.

Дерево объединения можно рубить в любом месте. Эту процедуру вряд ли можно назвать удовлетворительной, так как ее результаты зависят от нужд и представлений исследователей о «правильной» структуре данных.

Более формальный, но все же эвристический подход к задаче состоит в том, чтобы графически изобразить число получаемых из иерархического дерева кластеров как функцию коэффициента слияния или смешения, равного числу способов объединения различных объектов в кластер. Этот тест аналогичен критерию каменистой осыпи факторного анализа. Подобной мерой может служить расстояние между двумя кластерами, определенное на основании выбранной дистанционной меры с учетом предусмотренного преобразования значений. На том этапе, где эта мера расстояния увеличивается скачкообразно, процесс объединения в новые кластеры лучше остановить, так как в противном случае были бы объединены уже кластеры, находящиеся на относительно большом расстоянии друг от друга.

Исходными данными для анализа могут быть сырые данные (объекты и их параметры) или матрица расстояний между объектами. Если матрица расстояний еще не вычислена, то агломеративный алгоритм tree clustering начинается с вычисления расстояний между объектами, так как в основе процедур кластерного анализа лежит группировка ***сходных*** между собой объектов в некоторые группы (или кластеры). Именно поэтому понятие сходства имеет для него первостепенное значение. Несмотря на кажущуюся простоту, понятие сходства и особенно процедуры, используемые при измерении сходства, не так просты. Количественное оценивание сходства отталкивается от понятия метрики, или расстояния (distance) между объектами. Интуитивно понятно, что чем меньше расстояние между объектами, тем больше сходство между ними.

Обычно рассматриваются следующие меры сходства:

• **Евклидова метрика** - наиболее часто используемая мера сходства.

Например, если объект описывается двумя параметрами, то он может быть изображен точкой на плоскости, а расстояние между объектами - это расстояние между точками, вычисленное по теореме Пифагора. Вы просто возводите в квадрат расстояния по каждой координате, суммируете их и из полученной суммы извлекаете квадратный корень.

Расстояние (x, y)=yi(x/-y/)^2.

• **Квадрат евклидовой метрики**. Расстояние (x, y)= 2(x/-y/)^2.

• **Манхэттенское расстояние**, или «расстояние городских кварталов». В этом случае просто берутся абсолютные значения покоординатных расстояний и суммируются. Свое интересное название эта метрика получила из-за того, что моделирует расстояние, пройденное человеком в городе, когда перемещаться можно только по улицам и нельзя, например, пересечь квартал по диагонали. Аналогия в декартовой плоскости приводит к перемещениям только по линиям, параллельным осям координат, и, соответственно, к манхэттенскому расстоянию.

Расстояние (x, y)= s|x/-y/|

• **Метрика Чебышева**. Расстояние (x, y)= *мах*\$_x$. - y .

• **Метрика Минковского**. Расстояние (x, y)= yZ(x/-y/)^p.

• **Коэффициент корреляции Пирсона** (точнее, 1 - коэффициент корреляции Пирсона).

• **Коэффициент совстречаемости** - метрика, наиболее пригодная для данных, представленных в шкалах наименований.

Однозначного ответа на вопрос, какую из мер сходства выбрать, не существует. Ответ зависит от типа данных и природы решаемой задачи.

Кроме выбора меры сходства, исследователю предстоит задача выбора правила иерархического объединения кластеров. Обычно рассматривается несколько методов.

2. Метод одиночной связи. На первом шаге объединяются два объекта, имеющие между собой максимальную меру сходства. На следующем шаге к ним присоединяется объект с максимальной мерой сходства с *одним* из объектов кластера. Таким образом, процесс продолжается дальше. Для включения объекта в кластер требуется максимальное сходство лишь с одним членом кластера. Отсюда и название метода одиночной связи: нужна только одна связь, чтобы присоединить объект к кластеру. Недостатком этого метода является образование слишком больших «продолговатых» кластеров.

3. Метод полной связи. Этот метод позволяет устранить указанный недостаток. Здесь мера сходства между объектом - кандидатом на включение в кластер и всеми членами кластера не может быть меньше некоторого порогового значения.

4. Метод «средней связи». В этом методе вычисляется среднее сходство рассматриваемого обтэекта со всеми объектами в уже существующем кластере, а затем, если найденное среднее значение сходства достигает или превосходит некоторый заданный пороговый уровень сходства, объект присоединяется к этому кластеру. Чаще всего берется просто среднее арифметическое мер сходства между объектами кластера и кандидатом на включение.

5. Взвешенный метод «средней связи». Аналогичен предыдущему, за исключением того, что в данном случае в качестве весов берутся размеры соответствующих кластеров (т.е. число объектов в кластере). Этот метод лучше использовать, если есть подозрения, что кластеры будут иметь размеры, сильно различающиеся между собой.

6. Центроидный метод. Расстояние между двумя кластерами определяется как евклидово расстояние между центрами (средними) этих кластеров. Кластеризация осуществляется поэтапно: на каждом шаге объединяют два кластера, расстояние между которыми минимально.

7. Взвешенный центроидный метод. Аналогичен предыдущему, за исключением того, что в данном случае в качестве весов берутся размеры соответствующих кластеров (т.е. число объектов в кластере).

8. Метод Уорда. Идея этого метода состоит в том, чтобы проводить объединение, дающее минимальное приращение внутригрупповой суммы квадратов отклонений, то есть оптимизировать минимальную дисперсию внутри кластеров. Замечено, что метод Уорда приводит к образованию кластеров примерно равных размеров и имеющих форму гиперсфер. Этот метод широко применяется в социальных науках.

Однозначного ответа на вопрос, какое правило иерархического объединения выбрать, тоже не существует. Ответ зависит от типа данных и природы решаемой задачи.

9. Метод к-средних

Это итеративный метод, который работает непосредственно с объектами, а не с матрицей сходства. Он отличается тем, что позволяет *заранее* задать число кластеров. Это число определяет сам пользователь, исходя из имеющейся задачи и предсказаний теории. Метод к-средних разобьет все объекты на заданное количество кластеров, которые будут максимально различаться между собой.

В этом методе объект относится к тому классу, расстояние до которого минимально. Расстояние понимается как евклидово расстояние, то есть объекты рассматриваются как точки евклидова пространства. Вначале задается некоторое разбиение данных на кластеры (число кластеров определяется пользователем) и вычисляются центры тяжести кластеров. Затем происходит перемещение каждой точки в ближайший к ней кластер. Затем снова вычисляются центры тяжести новых кластеров, и процесс повторяется, пока не будет найдена стабильная конфигурация (то есть кластеры перестанут изменяться) или число итераций не превысит заданное пользователем.

Можно сказать, что вычислительная процедура данного метода представляет собой дисперсионный анализ «наоборот». Программа начинает работу с к случайных кластеров, а затем перемещает объекты из одного кластера в другой с целью (1) минимизировать вариативность (дисперсию) внутри кластера и (2) максимизировать вариативность между кластерами. Это аналогично дисперсионному анализу «наоборот» в том смысле, что в дисперсионном анализе при определении значимости различий в средних значениях групп оценивается межгрупповая дисперсия в сравнении с внутригрупповой дисперсией. В методе k-средних программа пытается перемещать объекты между группами (кластерами) таким образом, чтобы получить наиболее значимые результаты дисперсионного анализа. Поэтому и результаты этого самого дисперсионного анализа приводятся в разделе результатов применения данного метода.

4. Последовательность кластерного анализа

1. Отбор объектов для кластеризации.
2. Определение множества переменных, по которым будут различаться объекты кластеризации.
3. Выбор метода классификации - агломеративный метод или итеративный метод к-средних. Если выбран агломеративный метод, то выбираем метод объединения объектов в кластеры и меру сходства. Если выбран метод k-средних, то выбираем число кластеров.
4. Интерпретация полученных результатов.

Очевидно, что кластерный анализ дает гораздо больше возможностей, чем факторный, сопоставлять данные с различными теориями и гипотезами. Кроме применения описанных методов, можно нормировать либо не нормировать данные, а некоторые метрики позволяют еще менять параметры в самой формуле вычисления сходства между объектами. Таким образом, число возможных разбиений исходных объектов на кластеры сильно возрастает.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.

Лекция 21.
Факторный анализ

1. Понятие факторного анализа.
2. Особенности современного факторного анализа.
3. Методы факторного анализа.
4. Вращение матрицы факторных нагрузок.

1. Понятие факторного анализа

Факторный анализ принадлежит к числу таких методов, которые, будучи разработанными в рамках запросов одной науки, впоследствии приобрели более широкое междисциплинарное значение. Заслугой психологии можно считать разработку именно такого метода.

Основные идеи факторного анализа были заложены в трудах известного английского психолога Ф. Гальтона (1822-1911), основателя евгеники, внесшего большой вклад в исследование индивидуальных различий. Дальнейшая разработка и внедрение факторного анализа (ФА) в психологию связаны с именами Ч. Спирмена, Р. Кеттелла, Л. Терстоуна.

Необходимость применения ФА в психологии как одного из методов многомерного количественного описания наблюдаемых переменных в первую очередь следует из многомерности объектов, изучаемых данной наукой. Под многомерным представлением объекта понимается результат его оценивания по нескольким различным и существенным для его описания характеристикам - измерениям, т. е. присвоение ему сразу нескольких числовых значений.

Информативность многомерного описания объекта изучения возрастает с увеличением количества используемых признаков или измерительных шкал. Однако очень трудно выбрать сразу и существенные, и независимые друг от друга характеристики. Как правило, исследователь начинает с заведомо избыточного количества признаков и в процессе работы сталкивается с необходимостью адекватной интерпретации большого объема полученных данных и их компактной визуализации. Анализируя полученные данные, исследователь замечает тот факт, что оценки изучаемого объекта, полученные по некоторым шкалам, сходны между собой. Другими словами, возникает вопрос о том, что многие характеристики, по которым производилось измерение нашего объекта, вероятно, в некоторой степени дублируют друг друга, а вся полученная информация в целом избыточна. За связанными друг с другом переменными, по-видимому, стоит влияние некоторой скрытой, латентной переменной, с помощью которой можно объяснить наблюдаемое сходство полученных оценок. Очень часто эту переменную называют фактором.

Таким образом, метод научного познания - обобщение - приводит нас к возможности и необходимости выделения факторов как переменных более общего, более высокого порядка. Обобщение позволяет заметить те связи между исходными характеристиками, которые ранее не были очевидными, а после этого выйти на более высокий уровень понимания сущности измеряемого объекта.

Существует несколько статистических методов, которые позволяют исследовать отношения между переменными, не определяя, какие из них являются зависимыми, а какие - независимыми. Для этих методов все переменные оказываются в равном положении - ни одна из них не является более важной, чем другая. Первый метод, который мы рассмотрим, метод главных компонент, объясняет наибольшую вариативность в терминах наименьшего количества линейных комбинаций переменных. Второй метод, факторный анализ, объясняет отношения между переменными с помощью нескольких факторов, которые не могут быть прямо измерены. Оба метода равного количеству исходных переменных. Однако факторы, определяемые в результате факторизации, как правило, не равноценны по своему значению.

Коэффициенты, определяющие новую переменную, выбираются таким образом, чтобы новые переменные (главные компоненты, факторы) описывали максимальное количество вариативности данных и не коррелировали между собой. Они представляют собой коэффициент корреляции между исходной переменной и новой переменной (фактором). Коэффициенты называются факторными нагрузками. Обычно они представляются в виде таблицы, где факторы располагаются в виде столбцов, а переменные - в виде строк:

Переменные	Фактор 1	Фактор 2

Интеллект (по тесту Векслера)	0,86	0,02
Интеллект (по тесту Айзенка)	0,75	0,01
Интеллект (по тесту Равена)	0,91	0,18
Оценка по социальной психологии	0,04	0,79
Оценка по когнитивной психологии	0,13	0,85
Оценка по общей психологии	0,21	0,82

Такая таблица называется таблицей (матрицей) факторных нагрузок. Числа, приведенные в ней, являются коэффициентами. Число 0,86 означает, что корреляция между первым фактором и значением по тесту Векслера равна 0,86. Чем выше факторная нагрузка по абсолютной величине, тем сильнее связь переменной с фактором.

3. Особенности современного факторного анализа

Факторный анализ отличается от метода главных компонент тем, что в его основе лежит предположение о некотором небольшом количестве фундаментальных переменных, которые не могут быть измерены прямо. Основное отличие между факторным анализом и методом главных компонент заключается в том, что главные компоненты являются линейными функциями от наблюдаемых переменных, в то время как общие факторы не выражаются через комбинацию наблюдаемых переменных. Модель факторного анализа предполагает, что корреляции между наблюдаемыми переменными $x_ь$ x_a ..., x_p получаются благодаря их связи с некоторыми фундаментальными переменными, известными как общие факторы, или латентные переменные f_b f_z ..., /fo где $k<p$ (надеемся, что к, число латентных переменных, будет намного меньше, чем число явных переменных). Дисперсия исходных переменных здесь объясняется не в полном объеме: признается, что часть дисперсии остается нераспознанной как характерность. Факторы обычно выделяются последовательно: первый, объясняющий наибольшую долю вариации переменных, затем второй, объясняющий меньшую, вторую после первого латентного фактора часть дисперсии; третий и т.д.

В математической записи модель факторного анализа выглядит так:

$$Xi^{=}Ai\text{-}|f| + Ai_2 f_2{}^{+}.+ A\text{-}|kfk^{+}Ui,$$
$$x_2+ A_2ifi+ A_{22}f_2+...+ A_2kfk+u_2,$$
$$*P^{=}\ A\ _pifi+ A_{p2}f2+\text{-} \bullet \bullet + A\ pkfk^{+}Up.$$

Случайная погрешность и, называется характерностью и представляет собой часть наблюдаемой переменной, которая не объясняется действием факторов. Таким образом, модель предполагает, что дисперсия явной переменной может быть разделена на две части: первая часть называется общностью переменной X и является той дисперсией, которую переменная делит с другими явными переменными посредством их отношения с латентной переменной. Вторая часть, характерность, представляет собой часть единичной дисперсии переменной, которая не связана с общими факторами.

Если латентные факторы не коррелируют, то коэффициенты являются корреляциями между латентными переменными и явными переменными. Они также называются **факторными нагрузками** и представляются в виде такой же таблицы, как и факторные нагрузки в методе главных компонент.

Соответствие факторной модели полученным данным проверяется путем сравнения исходной корреляционной матрицы с матрицей корреляций, полученной в результате применения модели. Такая оценка соответствия может быть проведена различными методами, которые носят название ***principal factor analysis*** (анализ главных факторов).

3. Методы факторного анализа

Существует достаточно много методов факторного анализа, среди которых:

- ***Факторный анализ образов.*** Если выбран этот метод, то перед факторизацией диагональные элементы корреляционной матрицы (общности) будут вычисляться как множественные коэффициенты корреляции данной переменной со всеми остальными переменными, а затем возводиться в квадрат. Это самый распространенный метод факторного анализа, обычно выбираемый по умолчанию.
- ***Метод максимального правдоподобия Д. Лоули.*** В отличие от остальных методов тут предполагается, что число факторов заранее известно (и должно быть установлено в окошке maximum number of factors). Программа затем вычисляет оценки факторных нагрузок и общностей, которые максимизируют вероятность получения исходной корреляционной матрицы.
- ***Центроидный метод Л. Тэрстоуна.*** В нем корреляции между переменными рассматриваются как пучок векторов, а латентный фактор геометрически представляется как уравновешивающий вектор, проходящий через центр этого пучка. Это наименее современный метод факторного анализа, требующий также наименьшего количества вычислений.
- ***Метод главных осей***. В этом методе на каждом итерационном шаге собственные значения вычисляются с помощью общностей, затем общности пересчитываются на основании собственных значений. Новые общности помещаются на диагональ корреляционной матрицы, и начинается новый итерационный шаг. Итерации продол-

жаются либо пока их число не достигнет максимума (заранее определенного), либо пока минимальные изменения в общностях не станут меньше, чем наперед заданные значения.

Следует помнить, что факторные отображения одной и той же корреляционной матрицы эквивалентны друг другу, если они содержат одинаковое число факторов. Практически это значит, что вы получите одни и те же результаты при любом методе.

Так как результаты, полученные с помощью метода главных компонент, и результаты, полученные с помощью различных процедур собственно факторного анализа, практически никогда существенно не отличаются друг от друга, то обычно применение любого из этих методов называют применением факторного анализа. Поэтому далее будем называть все перечисленные методы факторным анализом.

Напомним, что факторный анализ является методом сокращения или редукции данных, то есть методом сокращения числа переменных. Возникает естественный вопрос: сколько факторов следует выделять? Конечно, не имеет смысла брать столько же факторов, сколько было переменных в исследовании. Отметим, что в процессе последовательного выделения факторов они включают в себя все меньше и меньше изменчивости (то есть объясняют все меньше и меньше дисперсии). Решение о том, когда следует остановить процедуру выделения факторов, главным образом зависит от точки зрения на то, что считать малой «случайной» изменчивостью. Это решение достаточно произвольно, однако имеются некоторые рекомендации, позволяющие рационально выбрать число факторов.

Для применения процедуры выбора следует посчитать некоторую статистику - собственные значения корреляционной матрицы и процент объясненной дисперсии для каждого фактора. Собственное значение - это характеристика матрицы корреляций, которая используется для декомпозиции матрицы и одновременно как критерий определения числа выделенных факторов, и как мера дисперсии, соответствующей данному фактору. Если разделить собственное значение на число переменных p, то получится доля дисперсии, соответствующая данному фактору. Процедура подсчета собственных значений достаточно трудоемка, поэтому рекомендуется пользоваться статистическим пакетом.

Выбор количества факторов можно сделать на основании следующих критериев:

1. **Процент объясненной дисперсии.** Если кумулятивный (накопленный) процент общей дисперсии достигает 60% или больше, то можно остановиться на данном количестве факторов. Достаточно взять даже один фактор.

2. Критерий Кайзера (H. Keiser). Вы можете отобрать только факторы с собственными значениями, большими *1*. По существу, это означает, что если фактор не выделяет дисперсию, эквивалентную, по крайней мере, дисперсии одной переменной, то он опускается. Этот критерий предложен Кайзером и является, вероятно, наиболее широко используемым. В приведенном выше примере на основе этого критерия вам следует сохранить только 2 фактора (две главные компоненты).

3. Критерий каменистой осыпи. Критерий каменистой осыпи является графическим методом. Вы можете изобразить собственные значения, представленные в таблице ранее, в виде простого графика.

Следует найти такое место на графике, где убывание собственных значений слева направо максимально замедляется. Предполагается, что справа от этой точки находится только «факториальная осыпь» - «осыпь» является геологическим термином, обозначающим обломки горных пород, скапливающиеся в нижней части скалистого склона. В соответствии с этим критерием можно оставить в этом примере 2 или 3 фактора.

Критерий Кайзера иногда сохраняет слишком много факторов, в то время как критерий каменистой осыпи иногда сохраняет слишком мало факторов; однако оба критерия вполне хороши при нормальных условиях, когда имеется относительно небольшое число факторов и много переменных.

На практике возникает важный дополнительный вопрос, а именно: когда полученное решение может быть содержательно интерпретировано. В нашем примере все очень легко. Факторная матрица показывает, какие переменные образуют каждый фактор. Это связано, прежде всего, с абсолютным значением факторной нагрузки. Иногда в качестве минимальной факторной нагрузки берут значение 0,4 или даже 0,3 (допускается умеренная связь между переменной и фактором).

К сожалению, в реальных исследованиях распределение переменных по факторам не всегда бывает ясным и простым. Поэтому обычно исследуется несколько решений с большим или меньшим числом факторов, и затем выбирается одно наиболее «осмысленное».

4. Вращение матрицы факторных нагрузок

Оказывается, что описанные выше шаги не дают однозначного решения задачи определения факторов. Основываясь на геометрическом представлении рассматриваемой задачи, поиск однозначного решения называют задачей вращения факторов. Необходимость вращения факторов возникает чаще всего, когда выявленным факторам не удается дать достаточно четкую содержательную интерпретацию.

Например, факторные нагрузки для рассматриваемого фактора могут быть близкими по величине и одинаковыми по знаку у многих признаков, так что трудно однозначно определить, какой фактор «стоит» за выделенной комбинацией признаков. Вращение позволяет сделать матрицу факторных нагрузок более «контрастной» за счет увеличения нагрузок по одним признакам и уменьшения по другим, что способствует более отчетливому выявлению групп признаков, определяющих тот или иной фактор. Факторные нагрузки повернутой матрицы можно рассматривать как результаты выполнения процедуры ФА. Кроме того, на основании значений этих нагрузок необходимо попытаться дать толкование отдельным факторам.

Имеется большое количество методов, наиболее часто употребляемым из которых является ортогональное вращение по так называемому методу варимакса ***(Varimax).*** Варимакс - это такое ортогональное вращение, при котором происходит минимизация количества переменных с высокой факторной нагрузкой. Кроме этого метода, можно применять и другие:

• ***Квартимакс (Quartimax)*** - ортогональное вращение, при котором происходит минимизация количества факторов, необходимых для объяснения переменных.

• ***Биквартимакс (Biquartimax)*** - метод, который является компромиссом между варимаксом и квартимаксом; то есть направлен на одновременную максимизацию дисперсий и строк, и столбцов матрицы квадратов факторных нагрузок.

• ***Эквимакс (Equatax)*** - тоже является компромиссом между варимаксом и квартимаксом; отличается от биквартимакса весом, который присваивается критерию варимакс.

Последовательность факторного анализа:

1. Выбор исходных данных.
2. Выбор числа факторов.
3. Выбор метода факторного анализа.
4. Факторизация матрицы интеркорреляций.
5. Вращение факторов.
6. Интерпретация полученных факторов.

Если факторы найдены и истолкованы, то на последнем шаге ФА отдельным наблюдениям (т.е. испытуемым) можно присвоить значения этих факторов (т.н. факторные значения - factor scores).

Таким образом, для каждого наблюдения значения большого количества переменных можно перевести в значения небольшого количества факторов. Факторные значения лежат, как правило, в пределах от -3 до +3 и характеризуют положение испытуемого на шкале, задаваемой фактором. Именно по этим значениям и можно делить испытуемых на группы.

Если факторов больше или введены дополнительные градации (плохо учится - хорошо учится - отлично учится), то групп становится намного больше.

В заключение можно отметить, что, в соответствии с распространенным мнением, наиболее плодотворно использование факторного анализа на ранних стадиях исследования, однако при этом следует помнить, что факторный анализ, как и многие другие инструменты научного познания, есть прежде всего средство проверки, отбора гипотез, а отнюдь не волшебная палочка, извлекающая из груды сырых фактов «скрытые закономерности».

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь-справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов. – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.

Лекция 22
Дисперсионный анализ

1. Понятие дисперсионного анализа.
2. Основные идеи дисперсионного анализа
3. Ограничения и предположения дисперсионного анализа
4. Однофакторный дисперсионный анализ для несвязных выборок
5. Многофакторный дисперсионный анализ

1. Понятие дисперсионного анализа.

Часто сложность социальных явлений не позволяет нам ограничиться наблюдением только двух групп. Психологические исследования требуют сравнения трех и более групп. Почему сравнение трех и более групп представляет особую трудность и требует специальных статистических техник? Разве нельзя было бы сравнить каждую группу с каждой? Например, холериков - с сангвиниками, меланхоликами и флегматиками; сангвиников - с флегматиками и меланхоликами, и, наконец, флегматиков - с меланхоликами? Оказывается, нет. Этот вывод следует из основной идеи статистического сравнения.

Известно, что задачей статистической проверки гипотез является избегание ошибки I рода. Если мы примем уровень статистической значимости равным 0,05, мы согласимся принять риск ошибиться в 5 случаях из 100. Когда производится много сравнений, этот риск увеличивается. Поэтому были разработаны специальные техники статистического анализа, которые позволяют преодолеть трудности, возникающие при множественных сравнениях, такие, как, например, однофакторный дисперсионный анализ и критерии Крускала -Уолиса и Фридмана. Они показывают, влияет ли независимая переменная на зависимую переменную, то есть действительно ли независимая переменная дает разницу в значениях зависимой переменной для разных групп.

Если критерий оказался незначимым, то можно сделать вывод лишь о невозможности отвергнуть нуль-гипотезу, и на этом статистический анализ заканчивается. Если критерий оказался значимым, то можно сделать вывод о том, что независимая переменная влияет на зависимую переменную. Однако любой из этих критериев показывает только, что зависимость есть, ничего не проясняя о различиях между конкретными уровнями независимой переменной. Например, если критерий получается значимым, то можно сказать, что агрессивность зависит от типа темперамента. Однако на основании критерия ничего нельзя сказать о том, у людей какого типа темперамента агрессивность выше, а у какого она ниже.

Следовательно, в случае значимости критерия необходимо продолжить анализ и сравнить все группы между собой. Для этого служат специальные апостериорные критерии, которые принимают во внимание множественность сделанных сравнений, увеличивающийся риск допустить ошибку I рода и контролируют его. Для дисперсионного анализа таких критериев достаточно много. Критерий наименьшей значимой разности не принимает во внимание число сделанных сравнений и аналогичен, например, многократному вычислению критерию Стьюдента. Другие критерии, такие, как критерий Дункана или критерий Ньюмена-Кейлса, учитывают множественность сделанных сравнений. Еще более консервативными (и, значит, надежными) являются критерии Тьюки и Шеффе.

Непараметрические критерии Крускала-Уолиса и Фридмана, позволяющие сравнивать три и более групп испытуемых, были рассмотрены в первой части методического пособия, а однофакторный дисперсионный анализ рассмотрим сейчас.

2. Основные идеи дисперсионного анализа

1.Если в исследовании участвует несколько групп, то можно выделить два источника дисперсии (вариации данных) - межгрупповую и внутригрупповую. Межгрупповая дисперсия отражает величину разницы между средними значениями групп. Чем больше разница между средними, тем больше межгрупповая дисперсия. Внутригрупповая дисперсия отражает разброс измерений внутри групп. Ее часто называют «случайной величиной», «остаточной величиной» или дисперсией ошибки.

2. Нуль-гипотезой в данном случае является утверждение о равенстве всех средних значений

3. Альтернативная гипотеза

4. Значение критерия F является отношением оценки межгрупповой дисперсии и оценки внутригрупповой дисперсии. Оценки внутригрупповой и межгрупповой дисперсии известны как средние коэффициенты.

5. В случае двух групп оценки вероятностей идентичны оценкам критерия Стьюдента (когда k=2, $t = 4F$).

3. Ограничения и предположения дисперсионного анализа

Как и в случае критерия Стьюдента, дисперсии в сравниваемых группах должны быть приблизительно равны, выборки должны быть случайны и независимы. Зависимая переменная должна быть, по крайней мере, интервальной и нормально распределена в каждой группе. Выполнение допущения о независимости выборок является обязательным в любом случае. Последствия нарушений остальных двух допущений требуют специального рассмотрения.

Многочисленные исследования показали, что дисперсионный анализ очень устойчив к нарушению предположения о нормальности распределения, поэтому перед его проведением нет особой необходимости в проверке соответствия выборочных распределений нормальному закону. Нарушение предположения о равенстве дисперсий имеет существенное значение в том случае, если сравниваемые выборки отличаются по численности.

3. Однофакторный дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ (ДА) - это процедура, которая позволяет сравнивать средние значения нескольких групп, предоставляя единственное решение на определенном уровне статистической значимости. Дисперсионный анализ позволяет ответить на вопрос: «Значимо ли различаются средние значения зависимой переменной при разных уровнях независимой переменной?»

Существует несколько вариантов процедур для дисперсионного (факторного) анализа и различные модификации *ANOVA* (*MANOVA* и т.п.). Требуемый вариант выбирается с учетом числа факторов и имеющихся выборок из генеральной совокупности.

Однофакторный дисперсионный анализ. Однофакторный дисперсионный анализ используется для проверки гипотезы о равенстве средних значений двух или более генеральных совокупностей, называемых в дисперсионном анализе группами.

Однофакторный дисперсионный анализ с повторениями. Представляет собой более сложный вариант однофакторного анализа с несколькими выборками для каждой группы данных.

Дисперсионный анализ. Служит для выполнения дисперсионного анализа по методу ANOVA.

Стандартный *ANOVA* (однофакторный дисперсионный анализ) включает следующие шаги – вычислительные процедуры:

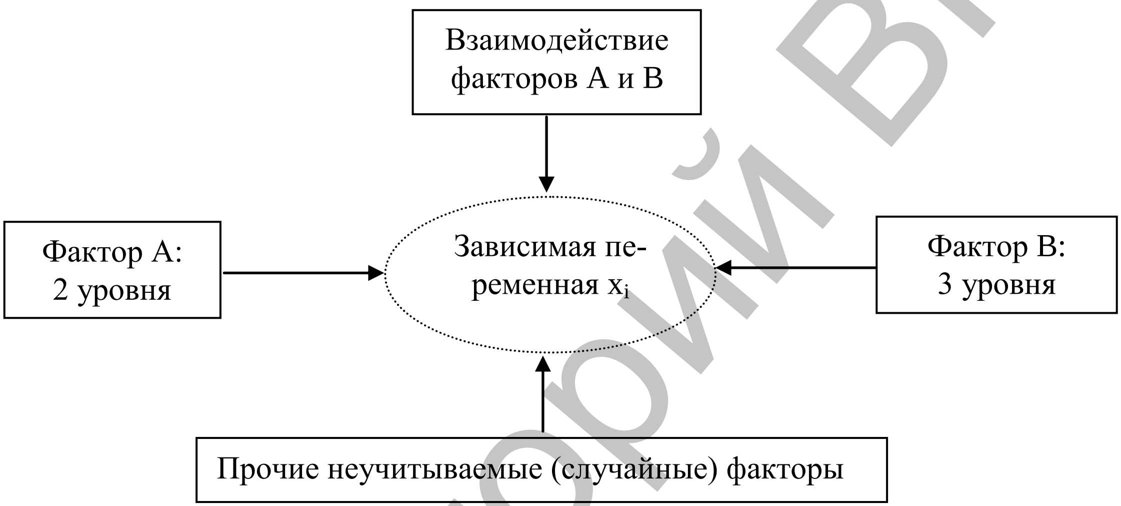
- Вычисление общей суммы квадратов отклонений выборочных значений от общего среднего по всей совокупности данных $SS_T = \sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2$, где N – общее число данных;
- Вычисление межгрупповой суммы квадратов отклонений средних значений по группам от общего среднего $SS_B = \sum N_g \cdot (\overline{X}_g - \overline{X})^2$, где N_g – количество данных в группе g, $\overline{X}_g$ – среднее по данным группы g;
- Вычисление внутригрупповой суммы квадратов отклонений выборочных значений от среднего по группе $SS_W = \sum_{g=1}^{G}(X_i - \overline{X}_g)^2$, где G – количество групп;
- Вычисление числа степеней свободы между группами $df_B = G - 1$
- Вычисление числа степеней свободы внутри групп $df_W = N - G$
- Вычисление межгрупповых средних $MS_B = \dfrac{SS_B}{df_B}$;
- Вычисление внутригрупповых средних $MS_W = \dfrac{SS_W}{df_W}$;
- Вычисление F-отношения (Фишер) межгруппового среднего к внутригрупповому $F = \dfrac{MS_B}{MS_W}$

Затем определяют критическое значение F-статистики Фишера для данного числа степеней свободы и заданного уровня статистической значимости. Сравнением взаиморасположения вычисленного и критического значений F принимают, либо отвергают гипотезу H_0.

5. Многофакторый дисперсионный анализ

Следует сразу же отметить, что принципиальной разницы между многофакторным и однофакторным дисперсионным анализом нет. Многофакторный анализ не меняет общую логику дисперсионного анализа, а лишь несколько усложняет ее, поскольку, кроме учета влияния на зависимую переменную каждого из факторов по отдельности, следует оценивать и их совместное действие. Таким образом, то новое, что вносит в анализ данных многофакторный дисперсионный анализ, касается в основном возможности оценить межфакторное взаимодействие. Тем не менее, по-прежнему остается возможность оценивать влияние каждого фактора в отдельности. В этом смысле процедура многофакторного дисперсионного анализа (в варианте ее компьютерного использования) несомненно более экономична, поскольку всего за один запуск решает сразу две задачи: оценивается влияние каждого из факторов и их взаимодействие.

Общая схема двухфакторного эксперимента, данные которого обрабатываются дисперсионным анализом имеет вид:



Данные, подвергаемые многофакторному дисперсионному анализу, часто обозначают в соответствии с количеством факторов и их уровней.

Предположив, что в рассматриваемой задаче о качестве различных m партий изделия изготавливались на разных t станках и требуется выяснить, имеются ли существенные различия в качестве изделий по каждому фактору:

А – партия изделий;

В – станок.

В результате получается переход к задаче двухфакторного дисперсионного анализа.

Все данные представлены в таблице 1.2, в которой по строкам - уровни A_i фактора А, по столбцам – уровни B_j фактора В, а в соответствующих ячейках, таблицы находятся значения показателя качества изделий x_{ijk} (i=1,2,...,m; j=1,2,...,l; k=1,2,...,n).

Таблица 1.2 – Показатели качества изделий

	B_1	B_2	…	B_j	…	B_l
A_1	$x_{11l},\ldots,x_{11k}$	$x_{12l},\ldots,x_{12k}$	…	$x_{1jl},\ldots,x_{1jk}$	…	$x_{1ll},\ldots,x_{1lk}$
A_2	$x_{21l},\ldots,x_{21k}$	$x_{22l},\ldots,x_{22k}$	…	$x_{2jl},\ldots,x_{2jk}$	…	$x_{2ll},\ldots,x_{2lk}$
…	…	…	…	…	…	…

A_i	$x_{i1l},\ldots,x_{i1k}$	$x_{i2l},\ldots,x_{i2k}$	…	$x_{ijl},\ldots,x_{ijk}$	…	$x_{jll},\ldots,x_{jlk}$
…	…	…	…	…	…	…
A_m	$x_{m1l},\ldots,x_{m1k}$	$x_{m2l},\ldots,x_{m2k}$	…	$x_{mjl},\ldots,x_{mjk}$	…	$x_{mll},\ldots,x_{mlk}$

Двухфакторная дисперсионная модель имеет вид:

$$x_{ijk}=м+F_i+G_j+I_{ij}+e_{ijk},$$

где x_{ijk} - значение наблюдения в ячейке ij с номером k;

м - общая средняя;

F_i - эффект, обусловленный влиянием i-го уровня фактора А;

G_j - эффект, обусловленный влиянием j-го уровня фактора В;

I_{ij} - эффект, обусловленный взаимодействием двух факторов, т.е. отклонение от средней по наблюдениям в ячейке ij от суммы первых трех слагаемых в модели;

e_{ijk} - возмущение, обусловленное вариацией переменной внутри отдельной ячейки.

Предполагается, что e_{ijk} имеет нормальный закон распределения $N(0; c^2)$, а все математические ожидания F_*, G_*, I_{i*}, I_{*j} равны нулю.

В таблице представлен общий вид вычисления значений, с помощью дисперсионного анализа.

Базовая таблица дисперсионного анализа

Компоненты дисперсии	Сумма квадратов	Число степеней свободы	Средние квадраты
Межгрупповая (фактор А)	$Q_1=\ln\sum_{i=1}^{m}(\bar{x}_{i**}-\bar{x}_{***})^2$	m-1	$S_1^2=\dfrac{Q_1}{m-1}$
Межгрупповая (фактор В)	$Q_2=mn\sum_{j=1}^{l}(\bar{x}_{*j*}-\bar{x}_{***})^2$	l-1	$S_2^2=\dfrac{Q_2}{l-1}$
Взаимодействие	$Q_3=n\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{l}(\bar{x}_{ij*}-\bar{x}_{i**}-\bar{x}_{*j*}+\bar{x}_{***})^2$	(m-1)(l-1)	$S_3^2=\dfrac{Q_3}{(m-1)(l-1)}$
Остаточная	$Q_4=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{n}(x_{ijk}-\bar{x}_{ij*})^2$	mln - ml	$S_4^2=\dfrac{Q_4}{mln-ml}$
Общая	$Q=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{n}(x_{ijk}-\bar{x}_{***})^2$	mln - 1	

Проверка нулевых гипотез H_A, H_B, H_{AB} об отсутствии влияния на рассматриваемую переменную факторов А, В и их взаимодействия АВ осуществляется сравнением отношений $\frac{S_1^2}{S_4^2}$, $\frac{S_2^2}{S_4^2}$, $\frac{S_3^2}{S_4^2}$ (для модели I с фиксированными уровнями факторов) или отношений $\frac{S_1^2}{S_3^2}$, $\frac{S_2^2}{S_3^2}$, $\frac{S_3^2}{S_4^2}$ (для случайной модели II) с соответствующими табличными значениями F – критерия Фишера–Снедекора. Для смешанной модели III проверка гипотез относительно факторов с фиксированными уровнями производится также как и в модели II, а факторов со случайными уровнями – как в модели I.

Если n=1, т.е. при одном наблюдении в ячейке, то не все нулевые гипотезы могут быть проверены так как выпадает компонента Q_3 из общей суммы квадратов отклонений, а с ней и средний квадрат S_3^2, так как в этом случае не может быть речи о взаимодействии факторов.

Отклонение от основных предпосылок дисперсионного анализа – нормальности распределения исследуемой переменной и равенства дисперсий в ячейках (если оно не чрезмерное) – не сказывается существенно на результатах дисперсионного анализа при равном числе наблюдений в ячейках, но может быть очень чувствительно при неравном их числе. Кроме того, при неравном числе наблюдений в ячейках резко возрастает сложность аппарата дисперсионного анализа. Поэтому рекомендуется планировать схему с равным числом наблюдений в ячейках, а если встречаются недостающие данные, то возмещать их средними значениями других наблюдений в ячейках. При этом, однако, искусственно введенные недостающие данные не следует учитывать при подсчете числа степеней свободы.

Библиография

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.

ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практическое занятие 1 (2 часа)

Тема: Понятие о случайной величине

<u>Содержание</u>

1. Понятие о переменной.
2. Признаки и переменные.

3. Случайная величина и её распределение.

Литература

1. Гусев, А. Н., Измайлов, Ч.А., Михалевская, М.Б. Измерение в психологии: общий психологический практикум / А.Н. Гусев, Ч.А. Измайлов, М.Б. Михалевская. - М.: Смысл. - 1997. – 287 с.
2. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
3. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
4. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.
5. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.
6. Головина, Г. М., Крылов, В. Ю., Савченко, Т. Н. Математические методы в современной психологии: статус, разработка, применение / Г.М. Головина, В.Ю. Крылов, Т.Н. Савченко. - М.: Изд-во Института психологии РАН. - 1995. – 260 с.

Практическое занятие 2 (2 часа)

Тема: Понятие о событии. Система событий.

Содержание

1. Понятие о событии.
2. Случайные и неслучайные события.
3. Меры возможности появления события.
4. Понятие о системе событий.
5. Совместное появление событий.
6. Зависимость между событиями.
7. Преобразование событий.
8. Частота, частость, вероятность.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.

6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 3 – 4 (4 часа)
Тема: Вероятность

Содержание

1. Статистическое определение вероятности.
2. Геометрическое определение вероятности.
3. Формула полной вероятности
4. Формула Байеса

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.

Практическое занятие 5 (2 часа)
Тема: Распределение случайной величины

Содержание

1. Основные свойства распределения.
2. Распределение признака.
3. Параметры распределения.
4. Распределение вероятностей значений случайной величины.
5. Распределение вероятностей значений квантованной случайной величины.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.

4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.

Практическое занятие 6 -7

Тема: Частотное распределение (4 часа)

Содержание

1. Нормальное распределение как стандарт.
2. Разработка тестовых шкал.
3. Проверка нормальности распределения.
4. Функции распределения.
5. Степень свободы.

Литература

1. Гусев, А. Н., Измайлов, Ч.А., Михалевская, М.Б. Измерение в психологии: общий психологический практикум / А.Н. Гусев, Ч.А. Измайлов, М.Б. Михалевская. - М.: Смысл. - 1997. – 287 с.
2. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
3. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
4. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
5. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.

Практическое занятие 8

Тема: Шкалы измерения (2 часа)

Содержание

1. Понятие «измерения».
2. Номинативная шкала.
3. Ранговая (порядковая) шкала.
4. Интервальная шкала.
5. Шкала равных отношений.
6. Как определить, по какой шкале измерить явление.
7. Вербальная шкала.
8. Графическая шкала.
9. Числовая шкала.
10. Контрольные шкалы.

Литература

1. Гусев, А. Н., Измайлов, Ч.А., Михалевская, М.Б. Измерение в психологии: общий психологический практикум / А.Н. Гусев, Ч.А. Измайлов, М.Б. Михалевская. - М.: Смысл. - 1997. – 287 с.

2. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
3. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
4. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
5. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.

Практическое занятие 9

Тема: Статистические таблицы (2 часа)

<u>Содержание</u>

1. Таблицы, их заполнение и интерпретация.
2. Таблицы исходных данных 2×2, 4×4.
3. Таблицы распределения частот.
4. Применение таблиц распределения частот.
5. Таблицы сопряжённости номинативных признаков.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512 с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326 с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Практическое занятие 10–11

Тема: Стандартизация данных психологических тестов (4 часа)

<u>Содержание</u>

1. Понятие стандартизации.

2. Тестовая тревожность.
3. Анализ заданий теста.
4. Трудность заданий теста.
5. Внутренняя согласованность.
6. Надёжность. Коэффициенты надёжности.
7. Ретестовая надёжность.
8. Валидность. Виды валидности.
9. Коэффициенты валидности.
10. Критерии валидизации.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.

Практическое занятие 12

Тема: Выборка и генеральная совокупность (2 часа)

Содержание

1. Понятие выборки. Объём выборки.
2. Выборочная совокупность.
3. Генеральная совокупность.
4. Выборочная совокупность заданий теста.
5. Репрезентативность

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325 с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350 с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528 с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.

6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 13

Тема: Точечное и интервальное оценивание (2 часа)

Содержание

1. Нормальное оценивание.
2. Оценки профильные.
3. Оценки шкальные.
4. Оценки первичные.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
3. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.

Практическое занятие 14

Тема: Статистические гипотезы и статистические критерии (2 часа)

Содержание

1. Статистические гипотезы.
2. Статистические критерии.
3. Мощность критериев.
4. Контаминация критерия.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.

6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 15
Тема: Ошибки вывода (2 часа)

Содержание

1. Ошибки измерения.
2. Уровень значимости.
3. Статистические решения и вероятность ошибки.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.

Практическое занятие 16
Тема: Меры центральной тенденции. Меры изменчивости (2 часа)

Содержание

1. Меры изменчивости.
2. Меры центральной тенденции.
3. Выбор метода центральной тенденции.
4. Квантили распределения.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.

Практическое занятие 17–18

Тема: Понятие корреляции. Коэффициенты корреляции (4 часа)

Содержание

1. Понятие «корреляции».
2. Величина корреляции и сила связи.
3. Корреляция, регрессия, коэффициенты детерминации.
4. Корреляция бинарных данных.
5. Проверка гипотез о различии корреляций
6. Сравнение корреляций для независимых выборок
7. Сравнение корреляций для зависимых выборок.
8. Дихотомические коэффициенты корреляции
9. Коэффициент корреляции τ – Кендалла.

Литература

1 Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 19–20

Тема: Методы ранговой корреляции (4 часа)

Содержание

1. Обоснование задачи исследования согласованных изменений.
2. Методы корреляционного анализа.
3. Корреляция метрических данных.
4. Частная корреляция.
5. Корреляция ранговых переменных.
6. Ранговая корреляция.
7. Коэффициент ранговой корреляции *rs* Спирмена.
8. Проблема связанных одинаковых рангов.

9. Анализ корреляционных матриц.
10. Корреляция биссериальная.
11. Корреляция качественных признаков.
12. Произведение моментов Пирсона.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 21

Тема: Многомерные методы (2 часа)

Содержание

1. Назначение многомерных методов.
2. Классификация многомерных методов.

Литература

1. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
2. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.

Практическое занятие 22

Тема: Математическое ожидание и дисперсия (2 часа)

Содержание

1. Понятие «дисперсии».
2. Сравнение дисперсий.
3. Критерий t – Стъюдента.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265 с.

Практическое занятие 23
Тема: Однофакторный дисперсионный анализ (2 часа)

<u>Содержание</u>

1. Понятие дисперсионного анализа.
2. Подготовка данных к дисперсионному анализу.
3. Однофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок.
4. Однофакторный дисперсионный анализ для связанных выборок.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 24–25
Тема: Многофакторный дисперсионный анализ (4 часа)

<u>Содержание</u>

1. Обоснование задачи по оценке взаимодействия двух факторов.
2. Двухфакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок.
3. Двухфакторный дисперсионный анализ для связанных выборок.
4. Надёжность факторно – дисперсионная.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512 с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 26
Тема: Регрессионный анализ (2 часа)

Содержание

1. Парная регрессионная модель.
2. Назначение регрессионного анализа.
3. Особенности применения регрессионного анализа.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.

Практическое занятие 27–28
Тема: Множественный регрессионный анализ (4 часа)

Содержание

1. Назначение множественного регрессионного анализа.
2. Математико-статистические идеи метода.
3. Исходные данные множественного регрессионного анализа.
4. Процедура множественного регрессионного анализа.
5. Результаты множественного регрессионного анализа.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.

2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.

Практическое занятие 29–30

Тема: Гистографический анализ (4 часа)

<u>Содержание</u>

1. Назначение гистографического анализа.
2. Математико-статистические идеи метода.
3. Исходные данные гистографического анализа.
4. Процедура гистографического анализа.
5. Результаты гистографического анализа.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.

Практическое занятие 31

Тема: Достоверность различия (сходства) (2 часа)

<u>Содержание</u>

1. Достоверность различия (сходства).
2. Уровни достоверности.
3. Определение уровня достоверности (значимости).
4. Значение уровня достоверности.
5. Уровни статистической достоверности.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.

2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 32–33

Тема: Кластерный анализ (4 часа)

Содержание

1. Назначение кластерного анализа.
2. Математико-статистические идеи метода.
3. Исходные данные кластерного анализа.
4. Процедура кластерного анализа.
5. Результаты кластерного анализа.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.

Практическое занятие 34–35

Тема: Факторный анализ (4 часа)

Содержание

1. Назначение факторного анализа.
2. Проблемы метода.
3. Проблема числа компонентов.
4. Методы факторного анализа.

Литература

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.

2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.

Практическое занятие 36

Тема: Метод главных компонент (2 часа)

<u>Содержание</u>

1. Анализ главных компонент и факторный анализ.
2. Проблема оценки значений факторов.
3. Последовательность факторного анализа.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.

Практическое занятие 37

Тема: Вращение факторов (2 часа)

<u>Содержание</u>

1. Проблема вращения и интерпретации.
2. Варимакс – вращение
3. Факторные планы.
4. Главные эффекты.
5. Взаимодействия факторов.
6. Интра – и интериндивидные факторы.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.

Практическое занятие 38–39

Тема: Многомерное шкалирование (4 часа)

<u>Содержание</u>

1. Назначение многомерного шкалирования.
2. Меры различия.
3. Неметрическая модель.
4. Модель индивидуальных различий.
5. Модель субъективных предпочтений.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
3. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
4. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 40

Тема: Дискриминантный анализ (2 часа)

<u>Содержание</u>

1. Назначение дискриминантного анализа.
2. Математико-статистические идеи метода.
3. Исходные данные дискриминантного анализа.
4. Основные результаты дискриминантного анализа.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
5. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

Практическое занятие 41–42

Тема: Применение метода моделирования в психологии (2 часа)

<u>Содержание</u>

1. Структурное моделирование.
2. Статистические основы моделирования.
3. Латентные переменные.
4. Сравнение моделей.
5. Этапы процесса моделирования.

<u>Литература</u>

1. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов / О.Ю. Ермолаев. - М.: МПСИ: Флинта. - 2002. – 325с.
2. Наследов, А.Д. Математические методы в психологическом исследовании. Анализ и интерпретация данных / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь. - 2004.
3. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь» - 2004. – 350с.
4. Бурлачук, Л.Ф., Морозов С.М. Словарь – справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов – СПб: Питер Ком. - 1999. – 528с.
5. Суходольский, Г. В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. - Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр. - 2006. – 512с.
6. Тарасов, С.Г. Основы применения математических методов в психологии. / С.Г. Тарасов. - СПб.: Изд-во: Санкт - Петербург. ун-та. - 1999. – 326с.
7. Глинский, В. В., Ионин, В. Г. Статистический анализ данных / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. - М.: Филин. - 2008. – 265с.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

ТЕМА 1. ПОНЯТИЕ О СОБЫТИИ И СИСТЕМЕ СОБЫТИЙ

1. Выберите правильный вариант.

События, которые при данных условиях могут произойти в опыте, называются:

а) исходами опыта

б) условиями опыта

в) группой основных условий

г) нет правильного варианта.

2. Выберите правильный вариант.

Событие, которое всегда имеет место при определённом комплексе условий, называется:

а) достоверным

б) невозможным;

в) случайным

г) неслучайным.

3. Выберите правильный вариант.

Количество случаев появления события называется:

а) частотой

б) частостью

в) вероятностью

г) нет правильного варианта.

4. Выберите правильный вариант.

Выберите наиболее полное определение.

Событие - это

а) всякий реальный или воображаемый факт, который интересует исследователя;

б) наблюдение или эксперимент, в котором могут появляться какие-либо факты;

в) то, что произошло (обычно важное, значительное).

5. Выберите наиболее полное определение.

Вероятность – это:

а) мера объективной возможности появления события

б) постоянное значение, к которому как к своему пределу стремиться частость при неограниченном увеличении количества испытаний;

в) положительное число, не превышающее единицу, представляющее собой количественную меру возможности при появлении случайного события в повторяющихся от опыта к опыту основных условиях.

6. Выберите правильный вариант.

Основными свойствами события в системе событий являются:

а) события в системе могут происходить совместно или не совместно

б) события могут зависеть друг от друга

в) одно событие может быть представлено в виде определённой группы других событий

г) все ответы верны.

7. Выберите правильный вариант.
События, которые могут появиться вместе в одном и том же испытании, а могут и не появиться вместе, называют:
а) совместными
б) несовместными
в) изолированными
г) совмещёнными
8. Выберите правильный вариант.
Система несовместных событий, представляющая собой исходы опыта, называется:
а) полной группой событий
б) частичной группой событий
в) изолированной группой событий
г) условной группой событий.
9. Выберите правильный вариант.
Если появление одного события не влияет на возможность появления другого события, то эти событий называются:
а) зависимыми
б) независимыми
в) условными
г) совместимыми.
10. Выберите правильный вариант.
Относительная частота, которая делит количество испытаний, называется:
а) частота О
б) частость
в) вероятность
г) нет правильного варианта.

ТЕМА 2. ПОНЯТИЕ О ВЕЛИЧИНЕ. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

1. Выберите наиболее полное определение.
Величина - это
а) какое – либо физическое или психическое явление, которое относительно совокупности существенных условий характеризуется совокупностью чисел
б) то, насколько большим или маленьким является что-либо
в) если изменяющимся условиям соответствует совокупность чисел, изменяющихся по некоторому правилу, то переменная называется величиной.
2. Выберите правильный вариант.
Если величина всегда принимает конечное множество целочисленных значений на заданном интервале возможных значений, то она называется:

а) дискретная случайная величина
б) прерывная случайная величина
в) непрерывная случайная величина
г) переменная случайная величина.

3. Выберите правильный вариант.

Квантованная случайная величина определяется:
а) бесконечным числом значений
б) бесконечным числом равных интервалов
в) конечным числом равных интервалов
г) конечным числом значений.

4. Выберите правильный вариант.

Распределения вероятностей случайной величины могут отличаться друг от друга
а) положением на числовой оси
б) рассеиванием значений
в) асимметрией и эксцессом
г) все ответы верны.

5. Выберите правильный вариант.

К основным законам распределения случайной величины не относится:
а) нормальный закон
б) гамма – распределение
в) биноминальное распределение
г) квантованное распределение.

6. Выберите правильный вариант.

Как ещё называется нормальный закон распределения случайной величины
а) закон Лапласа – Гаусса
б) закон Колмогорова–Смирнова
в) закон Стъюдента–Гаусса
г) закон Фишера.

7. Выберите правильный вариант.

На свойствах нормального распределения основаны статистические критерии проверки гипотез:
а) критерий χ^2
б) F - критерий Фишера
в) t-критерий Стъюдента
г) все ответы верны.

8. Выберите правильный вариант.

Нормальное распределение наиболее часто применяется:
а) для описания совокупности эмпирических данных
б) оценки генеральной совокупности эмпирических данных
в) для стандартного нормирования тестовых баллов
г) все ответы верны.

9. Выберите правильный вариант.
График уравнения нормального распределения представляет собой:
а) симметричную унимодальную колоколообразную кривую
б) симметричную полимодальную колоколообразную кривую
в) несимметричную унимодальную колоколообразную кривую
г) несимметричную полимодальную колоколообразную кривую.
10. Выберите правильный вариант.
Среднеквадратическое отклонение обозначается как:
а) α
б) σ
в) τ
г) ώ.

ТЕМА 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

1. Выберите правильный вариант.
Статистические таблицы строятся для:
а) анализа того, как часто встречаются те или иные значения, интересующие исследователя
б) для графического представления данных
в) для более удобного описания и интерпретации результатов
г) все ответы верны.
2. Выберите правильный вариант.
Кроме таблиц с данной целью используются:
а) графики распределения частот
б) диаграммы
в) гистограммы
г) все ответы верны.
3. Выберите правильный вариант.
Если в таблице указано, сколько раз встречается каждое значение признака, то это:
а) таблица абсолютных частот
б) таблица сопряжённости
в) таблица относительных частот
г) все ответы верны.
4. Выберите правильный вариант.
О распределении признака со множеством различных значений позволяет судить:
а) таблица сгруппированных частот
б) таблица абсолютных частот
в) таблица относительных частот
г) таблица сопряжённости.
5. Выберите правильный вариант.
Абсолютная частота некоторых значений признака обозначается

а) fα
б) fo
в) N
г) n.

6. Выберите правильный вариант.

Столбиковая диаграмма, в которой каждый столбец опирается на конкретное значение признака или разрядный интервал, называется:
а) гистограмма распределения частот
б) гистограмма накопленных частот
в) полигон распределения частот
г) сглаженный график распределения частот.

7. Выберите правильный вариант.

Форма распределения, при которой все значения встречаются одинаково часто, называется
а) равномерное распределение
б) симметричное распределение
в) нормальное распределение
г) асимметричное распределение.

8. Выберите правильный вариант.

Таблицы совместного распределения частот двух и более признаков, измеренных на одной группе объектов, называются:
а) таблицы сопряжённости
б) таблицы накопленных частот
в) таблицы интерпретации
в) нет правильного ответа.

9. Выберите правильный вариант.

Как по другому называются таблицы сопрояжённости:
а) таблицы кросстабуляции
б) таблицы накопленных частот
в) таблицы интерпретации
в) нет правильного ответа.

10. Выберите правильный вариант.

К основным видам таблиц относятся:
а) таблицы исходных данных
б) таблицы распределения частот
в) таблицы сопряжённости
г) все ответы верны.

ТЕМА 4. ВЫБОРКА. ВЫБОРОЧНАЯ И ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ

1. Условиями обеспечения репрезентативности выборки не являются:

а) каждая единица генеральной совокупности должна иметь равную вероятность попадания в выборку;
б) выборка переменных производится независимо от изучаемого признака;
в) отбор производится из неоднородных совокупностей;
г) число единиц в выборке должно быть достаточно большим;
д) выборка и генеральная совокупность должны быть статистически однородны.
2. Выберите неверное определение.
Репрезентативность – это
а) главное свойство выборочной совокупности, состоящее в близости её характеристик соответствующим характеристикам генеральной совокупности, которую она представляет;
б) способность выборки представлять изучаемые явления достаточно полно – с точки зрения их изменчивости в генеральной совокупности;
в) свойство выборочной совокупности представлять характеристики генеральной совокупности. Репрезентативность означает, что с некоторой наперёд заданной или определённой статистически погрешностью можно считать, что представленное в выборочной совокупности распределение изучаемых признаков соответствует их реальному распределению;
г) все определения верны.
3. Исключите лишнее.
Что не относится к основным этапам формирования выборочной совокупности:
а) обоснование структуры выборочной совокупности в соответствии с характером задач и гипотез исследования;
б) уточнение структуры выборочной совокупности с учётом информации, полученной при анализе первичных результатов исследований, данных пробных и пилотажных исследований, доработки на их основе гипотез;
в) определение типа и объёма выборки;
г) всё перечисленное является основными этапами формирования выборочной совокупности.
4. Выберите правильный ответ.
Число элементов, включаемых в выборочную совокупность, определяется:
а) задачами исследования;
б) степенью однородности генеральной совокупности, которой данная выборка репрезентирует;
в) требуемой точностью результатов, то есть величиной допускаемой ошибки репрезентативности;
г) все ответы верны.

5. Выберите наиболее полное определение.
Генеральная совокупность – это
а) всё множество объектов, в отношении которых формулируется исследовательская гипотеза;
б) множество элементов, объединённых общей характеристикой, указывающей на их принадлежность к определённой системе;
в) часть элементов совокупности, отобранные с помощью специальных методов.
6. Выберите правильный ответ.
К основным приёмам, позволяющим получить достаточную для исследователя репрезентативность выборки не относятся:
а) простой случайный отбор;
б) рандомизированный отбор;
в) статистическая достоверность;
г) стратифицированный случайный отбор.
7. Выберите правильный ответ.
Выборка, характеризующаяся тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого их испытуемых другой выборки, называется:
а) независимая выборка;
б) зависимая выборка;
в) случайная выборка;
г) генеральная выборка.
8. Выберите правильный вариант.
Основным критерием обоснованности выводов исследования не является:
а) репрезентативность выборки;
б) статистическая достоверность эмпирических результатов;
в) R – методология;
г) статистическая значимость полученных результатов.
9. Выберите правильный вариант.
Для R- методологии, как парадигмы психологического исследования, характерно то, что выборкой является:
а) множество испытуемых;
б) множество стимулов;
в) множество признаков;
г) множество переменных.
10. Выберите правильный вариант.
Для Q- методологии, как парадигмы психологического исследования, характерно то, что выборкой является:
а) множество испытуемых;
б) множество стимулов;
в) множество признаков;

г) множество переменных.

ТЕМА 5. МЕРЫ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТЕНДЕНЦИИ

1. Выберите правильный вариант.

Что относится к мерам центральной тенденции

а) простая средняя арифметическая
б) мода
в) медиана
г) все ответы верны.

2. Исключите лишнее.

Выборочные средние можно сравнивать, если выполнены следующие условия:

а) группы достаточно большие, чтобы судить о форме распределения;
б) распределения симметричны
в) отсутствуют «выбросы»
г) все ответы верны.

3. Выберите наиболее полное определение.

Меры центральной тенденции - это

а) числа, характеризующие выборку по уровню выраженности измеренного признака
б) это характеристики совокупности перемененных (признаков), указывающих на наиболее типичный, репрезентативный для данной выборки, результат.
в) являются наиболее широко применяемыми статистическими показателями, использующимися не только для характеристики количественных признаков, выраженных в интервальных шкалах, но и для анализа качественных признаков в порядковых шкалах путём приписывания им количественных индексов.

4. Выберите правильный вариант.

В унимодальных симметричных выборках

а) средняя, мода и медиана
б) совпадают только мода и медиана
в) совпадают только медиана и среднее
г) совпадают только мода и среднее.

5. Выберите правильный вариант.

а) медиана не зависит от величин и частот встречаемости в рамках определённого множества переменных
б) медиана не зависит от величин, но зависит от частот встречаемости в рамках определённого множества переменных
в) медиана зависит от величин, но не зависит от частот встречаемости в рамках определённого множества переменных
г) медиана зависит от величин и частот встречаемости в рамках определённого множества переменных.

6. Выберите правильный вариант.
В малых совокупностях:
а) мода нестабильна и может сильно изменяться при единичных и незначительных вариациях переменных
б) мода стабильна и никогда не изменяется при вариациях переменных
в) мода нестабильна, но может несильно изменяться при вариациях переменных
г) мода нестабильна, но может сильно изменяться только при множественных значительных вариациях переменных.
7. Выберите правильный вариант.
Являясь обобщённой характеристикой ряда, меры центральной тенденции не позволяют учитывать его вариации, и поэтому наряду с их применением обязательно использование:
а) мер рассеивания
б) мер изменчивости
в) измерительных шкал
г) дополнительных МЦТ.
8. Исключите лишнее.
Наиболее распространёнными мерами центральной тенденции являются:
а) простая средняя арифметическая
б) средняя гармоническая
в) взвешенная средняя арифметическая
г) средняя дисперсионная.
9. Выберите правильный вариант.
Когда все значения в выборке встречаются одинаково часто, считается:
а) что распределение не имеет моды
б) что распределение имеет 2 моды
в) что распределение имеет 1 моду
г) мода является средним всех значений.
10. Выберите правильный вариант.
В психологической диагностике моду используют для выяснения наиболее часто встречающихся значений признаков, расположенных в интервальной шкале. С этой целью определяется:
а) модальный интервал
б) медиальный интервал
в) модальная величина
г) интервальная величина.

ТЕМА 6. ПОНЯТИЕ ИЗМЕРЕНИЯ. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ШКАЛЫ

1. Выберите правильное определение.
Измерение – это

а) фиксация количественных характеристик, количественная оценка различных психических явлений. Измерение допускает использование математических методов. Измерение проводится в шкалах наименования, порядка, интервалов, отношений.
б) приписывание числовых форм объектам или событиям в соответствии с определёнными правилами;
в) приписывание объекту числа по определённому правилу. Это правило устанавливает соответствие между измеряемым свойством объекта и результатом измерения – признаком.
г) все определения верны.

2. Выберите правильный вариант.

Классификацию типов измерительных шкал предложил:
а) К. Пирсон;
б) С. Стивенс;
в) Х. Клар;
г) Р. Кеттелл.

3. Выберите правильный вариант.

Все измерительные шкалы делятся на:
а) параметрические и непараметрические;
б) метрические и неметрические;
в) порядковые и номинативные;
г) метрические, неметрические и номинативные.

4. Выберите правильный вариант.

Простейший вариант номинативной шкалы называется:
а) альтернативная шкала;
б) дихотомическая шкала;
в) шкала наименований;
г) монотомическая шкала.

5. Выберите правильный вариант.

Единицей измерения в номинативной шкале является:
а) частота;
б) количество наблюдений;
в) количество испытуемых или выборов;
г) все ответы верны.

6. Выберите правильный вариант.

Номинативная шкала классифицирует объекты:
а) по принципу больше на определённое количество единиц – меньше на определённое количество единиц»;
б) по принципу «больше - меньше»;
в) по названию, распределяя их по ячейкам классификации;
г) пропорционально степени выраженности измеряемого свойства.

7. Выберите правильный вариант.

Ранговая шкала классифицирует объекты:

а) по принципу больше на определённое количество единиц – меньше на определённое количество единиц»;
б) по принципу «больше - меньше»;
в) по названию, распределяя их по ячейкам классификации;
г) пропорционально степени выраженности измеряемого свойства.

8. Выберите правильный вариант.
Интервальная шкала классифицирует объекты:
а) по принципу больше на определённое количество единиц – меньше на определённое количество единиц»;
б) по принципу «больше - меньше»;
в) по названию, распределяя их по ячейкам классификации;
г) пропорционально степени выраженности измеряемого свойства.

9. Выберите правильный вариант.
Абсолютная шкала классифицирует объекты:
а) по принципу больше на определённое количество единиц – меньше на определённое количество единиц»;
б) по принципу «больше - меньше»;
в) по названию, распределяя их по ячейкам классификации;
г) пропорционально степени выраженности измеряемого свойства.

10. Выберите правильный вариант.
Единицей измерения в шкале равных отношений является:
а) частота;
б) одно наблюдение;
в) один выбор;
г) все ответы верны.

11. Выберите правильный вариант.
Единицей измерения в ранговой шкале является:
а) расстояние в один класс, в один ранг;
б) количество наблюдений;
в) один испытуемый;
г) все ответы верны.

12. Выберите правильный вариант.
Важной особенностью интервальной шкалы является:
а) частота;
б) произвольность выбора нулевой точки;
в) каждое значение признака отстоит от другого на равном расстоянии;
г) все ответы верны.

13. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение.
Порядковый номер испытуемого в списке для его идентификации.
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.

14. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Количество вопросов в анкете как мера трудоёмкости опроса.
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.
15. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Упорядочивание испытуемых по времени решения тестовых заданий.
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.
16. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Академический статус как указание на принадлежность к определённой категории
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.
17. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Академический статус как мера продвижения по службе
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.
18. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Телефонные номера.
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.
19. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Время решения задачи.
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.
20. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Количество агрессивных реакций за рабочий день.
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.

21. Определите, в какой шкале представлено приведённое измерение. Количество агрессивных реакций, как показатель степени агрессивности.
а) номинативная шкала;
б) ранговая шкала;
в) интервальная шкала;
г) абсолютная шкала.

ТЕМА 7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ И ГИПОТЕЗЫ

1. Выберите наиболее полное и правильное определение.
Статистический критерий - это
а) решающее правило, обеспечивающее надёжное поведение, то есть принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью
б) метод расчёта определённого числа и само это число
в) характеристика распределения, используемая для проверки статистических гипотез
г) метод, используемый для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного.
2. Выберите правильный вариант.
Критерий Фридмана обозначается:
а) χ^2
б) $\chi^2 r$
в)λ
г) σ.
3. Выберите правильный вариант.
Альтернативная гипотеза – это гипотеза:
а) о значимости различий;
б) о достоверности различий
в) об отсутствии различий
г) нет правильного ответа.
4. Выберите правильный вариант.
Параметрические критерии – это
а) критерии, включающие формулу расчёта параметров распределения
б) критерии, не включающие формулу расчёта параметров распределения
в) критерии, не имеющие формул расчёта
г) нет правильного варианта.
5. Выберите правильный вариант.
К параметрическим критериям относятся:
а) критерий Стъюдента
б) критерий Фишера
в) однофакторный дисперсионный анализ
г) все критерии непараметрические.

6. Выберите правильный вариант.

К непараметрическим критериям относятся:

а) критерий Розенбаума

б) критерий тенденций Пейджа

в) критерий Манна–Уитни

г) двухфакторный дисперсионный анализ.

7. Выберите правильный вариант.

Ошибка, состоящая в том, что исследователь отклоняет нулевую гипотезу, в то время как она верна, называется:

а) ошибка первого рода

б) ошибка второго рода

в) ошибка третьего рода

г) уровень значимости.

8. Выберите правильный вариант.

Вероятность ошибки первого рода обозначается:

а) β

б) α

в) γ

г) λ.

9. Выберите правильный вариант.

Для облегчения процесса принятия решения, вычерчивается:

а) ось значимости;

б) зона значимости

в) зона неопределённости

г) зона незначимости.

10. Выберите правильный вариант.

Способность выявлять различия, если они есть, называется

а) мощность критерия;

б) значимость критерия

в) ошибка первого рода

г) ошибка второго рода.

11. Выберите правильный вариант.

Мощность критерия обозначается:

а) α

б) $1-\alpha$

в) $1-\beta$

г) β.

12. Выберите наиболее полное определение.

Статистическая гипотеза – это

а) то, что мы хотим опровергнуть, если перед нами стоит задача доказать значимости различий

б) то, что мы хотим доказать

в) форма существования научных знаний

г) предположение о причине каких-либо явлений, достоверность которых в данный момент не может быть проверена и доказана.

13. Выберите правильный вариант.

Схема эксперимента включает следующие этапы:

а) психологическая гипотеза
б) выдвижение и проверка статистических гипотез
в) психологическая интерпретация
г) все ответы верны

14. Выберите правильный вариант.

Под интерпретацией понимается процедура объяснения и обобщения. Объяснения бывают:

а) генетические
б) контргенетические
в) обобщённые
г) структрурные.

15. Выберите правильный вариант.

Под интерпретацией понимается процедура объяснения и обобщения. Обобщения бывают:

а) обобщения ситуаций
б) обобщения ответов
в) обобщения отношений
г) обобщения следствий.

16. Выберите правильный вариант.

Под интерпретацией понимается процедура объяснения и обобщения. Обобщения бывают:

а) обобщения на уровне личности
б) обобщения на уровне психических процессов
в) обобщения на уровне социума
г) все ответы верны.

17. Выберите правильный вариант.

Как по другому называются контргенетические объяснения:

а) следственные
б) причинные
в) обобщённые
г) нет правильного ответа

18. Выберите правильный вариант.

Как по другому называются генетические объяснения:

а) следственные
б) причинные
в) обобщённые
г) нет правильного ответа.

19. Выберите правильный вариант.

Упрощающие объяснения по мнению Ж. Пиаже называются:

а) конструктивизм
б) структурализм
в) редукционизм
г) нет правильного варианта.

20. Выберите правильный вариант.
Неверные обобщения называются:
а) промежуточные
б) артефактные
в) окончательные
г) нет правильного варианта.

21. Выберите правильный вариант.
Критерий, предназначенный для сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего исследователя эффекта, называется:
а) Фишера
б) биноминальный критерий
в) критерий Колмогорова–Смирнова
г) критерий Пирсона.

22. Выберите правильный вариант.
Как обозначается критерий Фишера.
а) φ^*
б) m
в) λ
г) χ^2.

23. Выберите правильный вариант.
Критерий, предназначенный для сопоставления частоты встречаемости какого – либо эффекта с теоретической или заданной частотой его встречаемости, называется:
а) Фишера
б) биноминальный критерий
в) критерий Колмогорова–Смирнова
г) критерий Пирсона.

24. Выберите правильный вариант.
Как обозначается биноминальный критерий.
а) φ^*
б) m
в) λ
г) χ^2.

25. Выберите правильный вариант.
Если эмпирическая частота наблюдений превышает теоретическую, среднестатистическую частоту, то обозначается она, как:
а) m
б) n
в) M

г) N.
26. Выберите правильный вариант.
В случаях, когда обследованы две выборки испытуемых, критерий φ* можно заменить
а) критерием Розенбаума
б) Критерием Манна–Уитни
в) Критерием Колмогорова–Смирнова
г) все ответы верны.

ТЕМА 8. ВЫЯВЛЕНИЕ РАЗЛИЧИЙ В УРОВНЕ ИССЛЕДУЕМОГО ПРИЗНАКА

1. Выберите правильный вариант.
Критерий, который используется для оценки различий между двумя выборками по уровню какого – либо признака, количественно измеренного, называется:
а) критерий Розенбаума
б) критерий Манна–Уитини
в) критерий Крускала–Уоллиса
г) критерий тенденций Джонкира.
2. Выберите правильный вариант.
Критерий, предназначенный для оценки различий между двумя выборками по уровню какого – либо признака, количественно измеренного и позволяющего выявлять различия между малыми выборками, называется:
а) критерий Розенбаума
б) критерий Манна–Уитини
в) критерий Крускала–Уоллиса
г) критерий тенденций Джонкира.
3. Выберите правильный вариант.
Критерий, предназначенный для оценки различий между тремя и более выборками по уровню какого – либо признака и позволяющий установить, что уровень признака изменился при переходе от группы к группе, но не указывает направление этих изменений, называется:
а) критерий Розенбаума
б) критерий Манна–Уитини
в) критерий Крускала–Уоллиса
г) критерий тенденций Джонкира.
4. Выберите правильный вариант.
Критерий, предназначенный для выявления тенденций изменения признака при переходе от выборки к выборке при сопоставлении трёх и более выборок, называется:
а) критерий Розенбаума
б) критерий Манна–Уитини

в) критерий Крускала–Уоллиса
г) критерий тенденций Джонкира.
5. Выберите правильный вариант.
Какой буквой латинского алфавита обозначается критерий Розенбаума:
а) Q
б) U
в) H
г) S.
6. Выберите правильный вариант.
Какой буквой латинского алфавита обозначается критерий Манна - Уитни:
а) Q
б) U
в) H
г) S.
7. Выберите правильный вариант.
Какой буквой латинского алфавита обозначается критерий Крускала - Уоллиса:
а) Q
б) U
в) H
г) S.
8. Выберите правильный вариант.
Какой буквой латинского алфавита обозначается критерий тенденций Джонкира:
а) Q
б) U
в) H
г) S.
9. Выберите правильный вариант.
Ограничением критерия Q является то, что если в обеих выборках меньше 50 наблюдений, то абсолютная величина разности не должна быть больше:
а) 10 наблюдений;
б) 20 наблюдений
в) 50 наблюдений
г) 100 наблюдений.
10. Выберите правильный вариант.
Применение критерия Q, бессмысленно, если диапазоны разброса в двух выборках
а) совпадают
б) не совпадают
в) накладываются друг на друга
г) заменяют друг друга.

11. Выберите правильный вариант.
Чем меньше U эмпирическое, тем более вероятно, что различия:
а) достоверны
б) правильны
в) не достоверны
г) совпадают.
12. Выберите правильный вариант.
Ограничения критерия U. В каждой выборке должно быть не более:
а) 60 наблюдений
б) 10 наблюдений
в) 50 наблюдений
г) 100 наблюдений.

ТЕМА 9. ПОНЯТИЕ КОРРЕЛЯЦИИ

1. Выберите наиболее полное определение.
Коэффициент корреляции – это
а) двумерная описательная статистика количественная мера взаимосвязи двух переменных
б) количественная мера силы и вероятности взаимосвязи двух переменных
в) вероятностная и статистическая зависимость, не имеющая строго функционального характера
г) статистический метод оценки формы, знака и тесноты связи исследуемых признаков или факторов, их вероятностная зависимость с помощью поиска и интерпретации различных коэффициентов.
2. Выберите правильный вариант.
Автором термина «коэффициент корреляции» является:
а) Ф. Гальтон
б) К. Пирсон
в) П. Спирмен
г) Т. Кендалл.
3. Исключите лишнее.
Общей особенностью коэффициентов корреляции является то, что они отражают взаимосвязь двух признаков, измеренных в количественной шкале. К ним не относятся:
а) r – Пирсона
б) r – Спирмена
в) τ – Кендалла
г) t – Стъюдента
4. Выберите правильный вариант.
Если изменения одной переменной на одну единицу всегда приводит к изменениям других переменных на одну и ту же величину, функция является:

а) линейной
б) нелинейной
в) прямой
г) монотонной.
5. Выберите правильный вариант.
Если увеличение одной переменной связано с увеличением другой, то связь:
а) прямая
б) обратная
в) монотонная
г) немонотонная.
6. Выберите правильный вариант.
Если направление изменения одной переменной не меняется с возрастанием (убыванием) другой переменной, то такая функция:
а) монотонная
б) немонотонная
в) линейная
г) нелинейная.
7. Выберите правильный вариант.
Наглядное представление о характере вероятностной связи даёт:
а) график рассеивания
б) диаграмма рассеивания
в) график функции
г) столбиковая диаграмма.
8. Выберите правильный вариант.
В качестве числовой характеристики вероятностной связи используется:
а) коэффициенты корреляции
б) параметрические критерии
в) непараметрические критерии
г) нет правильного ответа.
9. Выберите правильный вариант.
Показателем силы связи является:
а) абсолютная величина коэффициента корреляции
б) относительная величина коэффициента корреляции
в) сравнительная величина коэффициента корреляции
г) нет правильного ответа.
10. Выберите правильный вариант.
Показателем направления связи является:
а) знак коэффициента корреляции
б) направление коэффициента корреляции
в) показатель коэффициента корреляции
г) нет правильного ответа.
11. Выберите правильный вариант.

Для изучения взаимосвязи двух метрических переменных, измеренных на одной и той же выборке, применяется:
а) r – Пирсона
б) r – Спирмена
в) τ – Кендалла
г) t – Стъюдента.
12. Выберите правильный вариант.
Если производная отклонения положительная, то данные испытания свидетельствуют о:
а) прямой положительной взаимосвязи
б) прямой отрицательной взаимосвязи
в) обратной положительной взаимосвязи
г) обратной отрицательной взаимосвязи.
13. Выберите правильный вариант.
Какое линейное преобразование является исключением и меняет знак коэффициента корреляции на противоположный:
а) умножение одного из признаков на отрицательную константу
б) умножение одного из признаком на положительную константу
в) прибавление константы
г) нет правильного ответа
14. Выберите правильный вариант.
Коэффициент корреляции Пирсона есть мера:
а) прямолинейной связи
б) обратной связи
в) пропорциональной связи
г) обратно пропорциональной связи.
15. Выберите правильный вариант.
Диаграмма рассеивания и линия регрессии представляет собой:
а) прямую линию
б) параболу
в) гипреболу
г) диаграмму рассеивания.
16. Выберите правильный вариант.
Квадрат коэффициента корреляции зависимой и независимой переменной называется:
а) коэффициент детерминации
б) коэффициент корреляции
в) критерий детерминации
г) нет правильного ответа.
17. Выберите правильный вариант.
Для численного определения степени взаимосвязи двух переменных при условии исключения влияния третьей, применяют:
а) коэффициент корреляции;

б) коэффициент прямой корреляции
в) коэффициент обратной корреляции
г) нет правильного ответа.

18. Выберите правильный вариант.

Коэффициент, равный коэффициенту корреляции r –Пирсона, вычисленному для двух предварительно ранжированных переменных, называется:

а) r – Спирмена
б) τ – Кендалла
в) t – Стьюдента
г) λ – Колмогорова–Смирнова.

19. Выберите правильный вариант.

Как называется упорядочивания значений данных от меньшего к большему или наоборот:

а) присвоение ранга
б) ранжирование
в) присвоение коэффициента
г) нет правильного ответа.

20. Выберите правильный вариант.

Альтернативу корреляции Спирмена для рангов представляет корреляция:

а) τ – Кендалла
б) r – Пирсона
в) биноминальный критерий
г) λ – Колмогорова–Смирнова.

21. Выберите правильный вариант.

Если в измерении часто встречается одинаковые значения, то при присвоении рангов они получают названия:

а) связанные ранги
б) одинаковые ранги
в) несвязанные ранги
г) нет правильного ответа.

22. Выберите правильный вариант.

При наличии связанных рангов используется только коэффициент корреляции:

а) r – Пирсона
б) r – Спирмена
в) τ – Кендалла
г) угловое преобразование Фишера.

23. Выберите правильный вариант.

Бинарная переменная имеет только две градации:

а) 0 и1
б)-1 и 0

в) -1 и 1
г) 0,5 и 1.
24. Выберите правильный вариант.
Результатом применения коэффициента корреляции r – Пирсона к двум бинарным переменным является:
а) φ коэффициент сопряжённости
б) угловое преобразование Фишера
в) U критерий Манна–Уитни
г) Q критерий Розенбаума.
25. Выберите правильный вариант.
Максимальной силе связи соответствуют значения корреляции:
а) 1
б) 0
в) -1
г) нет правильного ответа.
26. Выберите правильный вариант.
Дополнительную информацию о силе связи даёт значение коэффициента детерминации, который обозначается:
а) r^2
б) r
в) R
г) rs.
27. Выберите правильный вариант.
Экстремально большие или малые значения признака называются:
а) выбросы
б) максимумы
в) константы
г) отклонения распределений.
28. Выберите правильный вариант.
Применяя коэффициент r – Пирсона необходимо убедиться, что:
а) обе переменные не имеют выраженную асимметрию
б) отсутствуют выбросы
в) связь между переменными прямолинейная
г) все ответы верны
29. Выберите правильный вариант.
К ограничениям ранговой корреляции не относится:
а) обе переменные представлены в количественной шкале
б) связь между переменными является монотонной
в) оба ответа верны
г) оба ответа неверны.
30. Выберите правильный вариант.
Случаи, когда корреляция обусловлена неоднородностью выборки по той или иной переменной, позволяет выявить:
а) графики двумерного рассеивания

б) графики многомерного рассеивания
в) графики рассеивания
г) диаграммы рассеивания.
31. Выберите правильный вариант.
В случае, когда исследователя интересует связь между переменными, а коэффициент корреляции не подходит, связь можно определить при помощи:
а) сравнения групп
б) коэффициента частной корреляции
в) сравнения выборок
г) сравнения групп в выборках.
32. Выберите правильный вариант.
Если одна переменная является неметрической, а другая – метрической или ранговой, то группы сравниваются:
а) по уровню выраженности
б) по распределению переменных
в) по уровню значимости
г) нет правильного ответа
33. Выберите правильный вариант.
Корреляция для признаков, один из которых является качественным, а другой количественным, называется:
а) бисериальная корреляция
б) корреляция качественных признаков
в) корреляция количественных признаков
г) нет правильного ответа.
34. Выберите правильный вариант.
Бисериальная корреляция применяется:
а) в психологической диагностике;
б) в анализе дискриминативности заданий теста
в) при определении критериальной валидности
г) все ответы верны.
35. Выберите правильный вариант.
Для описания бисериальной связи используется:
а) точечный бисериальный коэффициент корреляции Пирсона
б) бисериальный коэффициент корреляции Пирсона
в) произведение моментов Пирсона
г) нет правильного ответа.
36. Выберите правильный вариант.
Метод анализа связи переменной, измеряемой в порядковых шкалах и шкалах наименования, называется:
а) корреляция качественных признаков
б) ранговая корреляция
в) бисериальная корреляция

г) рангово- бисериальная корреляция.
37. Выберите правильный вариант.
Промежуточная расчётная величина в коэффициентах сопряжённости в корреляции качественных признаков, называется:
а) критерий согласия Пирсона
б) биноминальный критерий m
в) произведение моментов Пирсона
г) нет правильного ответа
38. Выберите правильный вариант.
Значение одной переменной можно прогнозировать по значениям двух или нескольких других переменных с помощью:
а) уравнения регрессии
б) многомерного уравнения регрессии
в) диаграммы регрессии
г) нет правильного ответа.
39. Выберите правильный вариант.
При отсутствии связи переменных, обычно говорят о:
а) положительной корреляции
б) отрицательной корреляции
в) нулевой корреляции
г) нет правильного ответа.
40. Выберите правильный вариант.
Интерпретация наличия корреляции всегда предполагает определение:
а) статистического критерия
б) коэффициента корреляции
в) критерия значения коэффициента корреляции
г) нет правильного ответа.
41. Выберите правильный вариант.
Согласованные изменения трёх и большего количества признаков называется:
а) множественная корреляция
б) ранговая корреляция
в) стохастическая корреляция
г) случайная корреляция
42. Выберите правильный вариант.
Изменения, которые вносят значения одного признака в вероятность появления разных значений другого признака, называется:
а) корреляционная зависимость
б) корреляционная связь
в) связная корреляция
г) зависимая корреляция.
43. Выберите правильный вариант.

При небольшом числе градаций зависимой переменной применяется не корреляционный анализ, а:
а) критерий тенденций Пейджа
б) критерий Крускала–Уоллиса
в) метод дисперсионного анализа
г) все ответы верны.
44. Выберите правильный вариант.
Частная классификация корреляционных связей не включает в себя:
а) высоко значимую корреляцию
б) значимую корреляцию
в) умеренную корреляцию
г) незначимую корреляцию.
45. Выберите правильный вариант.
Общая классификация корреляционных связей не включает в себя:
а) сильную корреляцию
б) среднюю корреляцию
в) умеренную корреляцию
г) слабую корреляцию.
46. Выберите правильный вариант.
В качестве эмпирических мер тесноты связи используются:
а) коэффициенты ассоциации
б) коэффициенты взаимной сопряжённости
в) коэффициент ранговой корреляции
г) все ответы верны.
47. Выберите правильный вариант.
В качестве эмпирических мер тесноты связи используются:
а) эмпирические меры тесноты связи
б) множественные коэффициенты корреляции
в) корреляционное отношение η
г) все ответы верны.
48. Выберите правильный вариант.
Степень согласованности индивидуальных тенденций определяет:
а) метод тенденций Пейджа
б) $\chi^2 r$ критерий Фридмана
в) биноминальный критерий m
г) нет правильного варианта.
49. Выберите правильный вариант.
Степень совпадения или несовпадения индивидуальных соотношений рангов определяется с помощью:
а) метод тенденций Пейджа
б) $\chi^2 r$ критерий Фридмана
в) биноминальный критерий m
г) нет правильного варианта.

50. Выберите правильный вариант.
Степень отклонения индивидуальных значений от заданного или среднестатистического, определяет:
а) метод тенденций Пейджа
б) χ^2r критерий Фридмана
в) биноминальный критерий m
г) нет правильного варианта.

ТЕМА 10. МНОГОМЕРНЫЕ МЕТОДЫ

1. Выберите правильный вариант.
Представление исходных эмпирических данных в доступном для интерпретации виде, называется
а) описательная математическая модель
б) эмпирическая математическая модель
в) многомерная математическая модель
г) многофакторная математическая модель.
2. Выберите правильный вариант.
Основоположником применения многомерных методов в психологии является:
а) Ч. Спирмен
б) Ф. Гальтон
в) Л. Терстоун
г) С. Стивенс
3. Выберите правильный вариант.
Исходной информацией математических методов является:
а) представление эмпирических данных в пригодном для интерпретации виде
б) определение взаимосвязи при небольшой численности объектов или признаков
в) разработка наиболее известных методик
г) обоснование модели интеллекта.
4. Выберите правильный вариант.
Многомерные методы можно классифицировать по тём основаниям. Исключите лишнее.
а) по назначению
б) по способу сопоставления данных
в) по исходным предположениям о структуре данных
г) по виду исходных данных.
5. Выберите правильный вариант.
В классификацию многомерных методов по назначению не входят:
а) методы экстраполяции
б) методы классификации
в) структурные методы

г) методы интерпретации.

6. Выберите правильный вариант.

Что не относится к многомерным методам, исходящим из предположения о согласованной изменчивости признаков, измеренных у множества объектов:

а) факторный анализ
б) множественный регрессионный анализ
в) многомерное шкалирование
г) дискриминантный анализ.

7. Выберите правильный вариант.

Что не относится к методам, использующим в качестве исходных данных только признаки, измеренные у группы объектов:

а) кластерный анализ
б) множественный регрессионный анализ
в) дискриминантный анализ
г) факторный анализ.

8. Выберите правильный вариант.

В группе структурных методов входит:

а) многомерное шкалирование и факторный анализ
б) множественный регрессионный анализ и факторный анализ
в) кластерный анализ и факторный анализ
г) дискриминантный анализ и факторный анализ.

9. Выберите правильный вариант.

Как по другому называются методы экстраполяции:

а) предсказания
б) моделирования
в) шкалирования
г) классификации.

10. Выберите правильный вариант.

Как называется наиболее распространённая универсальная компьютерная статистическая программа, необходимая для работы с многомерными методами:

а) STATISTICA
б) SPSS
в) Exell
г) Marchcard.

ТЕМА 11. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

1. Выберите наиболее полное и правильное определение.

Факторный анализ – это

а) комплекс аналитических методов, позволяющий выявить скрытые признаки, а также причины их возникновения и внутренние закономерности их взаимосвязи;

б) метод, направленный на преобразование исходного набора признаков в более простую и содержательную форму;
в) раздел многомерного статистического анализа, объединяющий методы оценки размеренности множества наблюдаемых переменных посредством исследования структуры корреляционный матриц.
2. Выберите наиболее полное и правильное определение.
Фактор – это
а) причина, движущая сила какого – либо психического изменения или явления;
б) связь между действием и его психическим следствием;
в) скрытая причина согласованной изменчивости наблюдаемых переменных.
3. Выберите правильный вариант.
Основателем факторного анализа является:
а) Л. Терстоун;
б) Ф. Гальтон;
в) К. Пирсон;
г) Ч. Спирмен.
4. Выберите правильный вариант.
Исходной информацией для проведения факторного анализа является:
а) анализ корреляций;
б) корреляционная матрица;
в) матрица интеркорреляционных показателей;
г) нет правильного ответа.
5. Выберите правильный вариант.
Кто в 1931 году выдвинул идею единого генерального фактора G, лежащего в основе успешности выполнения любых тестов, связанных с измерением интеллектуальных свойств:
а) Л. Терстоун;
б) Ф. Гальтон;
в) К. Пирсон;
г) Ч. Спирмен.
6. Выберите правильный вариант.
Кто в 1927 году разработал математически обоснованную методику факторного анализа, теоретической основой которого послужила однофакторная теория.
а) Л. Терстоун;
б) Ч. Спирмен.
в) Ф. Гальтон;
г) К. Пирсон;
7. Выберите правильный вариант.
Кто в 1931 году разработал мультифакторный анализ оценки многих коррелирующих между собой и относительно независимых факторов,

объясняющий мультифакторную концепцию интеллекта:
а) Л. Терстоун;
б) Ч. Спирмен.
в) Ф. Гальтон;
г) К. Пирсон.
8. Выберите правильный вариант.
Основное назначение факторного анализа заключается:
а) анализ корреляций множества признаков;
б) уменьшение размерности исходных данных;
в) переход от множества исходных переменных к существенно меньшему числу новых переменных – факторов;
г) нет правильного ответа.
9. Выберите правильный вариант.
Аналоги коэффициентов корреляции в факторном анализе называются:
а) интерпретация факторов;
б) факторные нагрузки;
в) факторные выбросы;
г) абсолютная величина факторной нагрузки.
10. Выберите правильный вариант.
К основным задачам факторного анализа относятся:
а) исследование структуры взаимосвязей переменных;
б) идентификация факторов как скрытых латентных переменных;
в) вычисление значений факторов для испытуемых как новых, интегральных переменных;
г) все ответы верны.
11. Выберите правильный вариант.
Метод, который преобразует набор коррелирующих исходных переменных в другой набор – некоррелирующих переменных, называется:
а) модель главных компонент;
б) анализ главных компонент;
в) факторный анализ главных компонент;
г) метод главных компонент.
12.Выберите правильный ответ.
Каждый элемент корреляционной матрицы называется:
а) собственное значение;
б) информативность компонента;
в) компонентная нагрузка;
г) коэффициент компонента.
13. Выберите правильный вариант.
Часть дисперсии переменной, объясняемая главными компонентами (факторами) называется:
а) общность;
б) факторная структура;
в) факторные нагрузки;

г) нет правильного ответа.
14. Выберите правильный вариант.
Основной результат применения факторного анализа называется:
а) общность;
б) факторная структура;
в) факторные нагрузки;
г) нет правильного ответа.
15. Выберите правильный вариант.
Критерий, которой определяет число факторов как равное числу компонент, собственные значения которых больше 1, называется:
а) критерий Фишера;
б) критерий Манна–Уитни;
в) критерий Кайзера;
г) критерий Колмогорова–Смирнова.
16. Выберите правильный вариант.
Способ определения числа факторов, который требует построения графика собственных значений, называется:
а) критерий отсеивания Кеттелла;
б) критерий Кайзера;
в) критерий Колмогорова–Смирнова;
г) критерий Фишера.
17. Выберите правильный вариант.
Часть дисперсии, обусловленная спецификой данной переменной и ошибками измерения, называется:
а) общность;
б) характерность;
в) информативность;
г) полнота факторизации.
18. Выберите правильный вариант.
Доля дисперсии, обусловленная каким-либо данным фактором, называется:
а) общность;
б) характерность;
в) информативность;
г) полнота факторизации.
19. Выберите правильный вариант.
Различные способы получения факторной структуры при заданном числе факторов, называется:
а) методы факторного анализа;
б) модели факторного анализа;
в) проблемы факторного анализа;
г) нет правильного ответа.
20. Исключите лишнее.

К методам факторного анализа не относится:
а) обобщённый метод наименьших квадратов;
б) обобщённый метод наибольших квадратов;
в) метод максимального правдоподобия;
г) анализ главных компонент.
21. Исключите лишнее.
К методам факторного анализа не относится:
а) метод главных осей;
б) метод не взвешенных наименьших квадратов;
в) факторный анализ образов;
г) многофакторный анализ образов.
22. Выберите правильный вариант.
Какой критерий позволяет определить минимально допустимое количество факторов для данного числа переменных:
а) χ^2 критерий;
б) £ критерий;
в) λ критерий;
г) нет правильного ответа.
23. Выберите правильный вариант.
Индекс сложности каждого фактора, называется:
а) квартимакс;
б) варимакс;
в) вращение;
г) варимакс – вращение.
24. Выберите правильный вариант.
Какой этап является первым в последовательности факторного анализа:
а) факторизация матрицы интеркорреляций;
б) выбор исходных данных;
в) вращение факторов;
г) принятие решение о качестве факторной структуры.
25. Выберите правильный ответ.
Значения фактора для каждого объекта (испытуемого), называются:
а) оценки факторных коэффициентов;
б) факторные оценки;
в) факторная структура;
г) оценочные факторы.
26. Выберите правильный ответ.
Коэффициенты линейного уравнения, связывающего значения фактора и значения исходных переменных, называются:
а) оценки факторных коэффициентов;
б) факторные оценки;
в) факторная структура;
г) оценочные факторы.

27. Выберите правильный вариант.
Принцип, который означает, что все переменные располагаются на осях факторов, называется:
а) принцип сложной структуры;
б) принцип простой структуры;
в) принцип одной структуры;
г) нет правильного ответа.
28. Выберите правильный вариант.
После просмотра всех факторов каждому из них присваивается:
а) индекс;
б) коэффициент;
в) наименование;
г) ранг.
29. Выберите правильный вариант.
Решение, при котором каждая переменная имеет большую нагрузку только по одному фактору, а по остальным её нагрузки близки к нулю, называется:
а) множественная структура;
б) сложная структура;
в) простая структура;
г) нет правильного ответа.
30. Выберите правильный вариант.
Наиболее состоятельной оценкой факторных коэффициентов является:
а) коэффициенты множественной регрессии;
б) коэффициенты корреляции;
в) параметрические критерии;
г) непараметрические критерии.
31. Выберите правильный вариант.
Чем больше исходные переменные соответствуют требованиям, которые предъявляются к метрическим переменным, тем:
а) проще процедура факторного анализа;
б) тем точнее полученные результаты;
в) тем надёжные факторные оценки;
г) нет правильного ответа.

ТЕМА 12. МНОГОМЕРНОЕ ШКАЛИРОВАНИЕ

1. Выберите правильный вариант.
Основная цель многомерного шкалирования заключается:
а) в оценке различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, измеренного количественно;
б) в выявлении тенденций изменений признака при переходе от выборки к выборке при сопоставлении множества выборок;
в) выявление структуры исследуемого множества объектов;

г) числовое отображение показателей распределения испытуемых внутри группы.

2. Выберите правильный вариант.

К контрольным шкалам, позволяющим оценить достоверность информации, относятся:

а) шкала «?»;

б) шкала валидности;

в) шкала коррекции;

г) все ответы верны.

3. Исключите лишнее.

Процесс шкалирования состоит в конструировании шкалы по определённым правилам и включает ряд этапов. Какой этап не входит в данный процесс?

а) создание эмпирической системы проявлений исследуемых объектов;

б) фиксация типов отношений между ними;

в) анализ данных;

г) построение числовой системы.

4. Выберите правильный вариант.

Критерий, лежащий в основе различий стимулов, называется:

а) шкала;

б) кривая;

в) шкалирование;

г) нет правильного варианта.

5. Исключите лишнее.

Существует четыре стандартных критерия различия, которым должна удовлетворять мера различия. Что не относится к данным критериям?

а) симметрия;

б) неравенство треугольника;

в) равенство треугольника;

г) неразличимость идентичных объектов.

6. Выберите правильный ответ.

Влияние порядка следования объектов, называется:

а) пространственные искажения;

б) временные искажения;

в) оценка различий;

г) числовые искажения.

7. Выберите правильный вариант.

Влияние порядка следования пар, называется:

а) пространственные искажения;

б) временные искажения;

в) оценка различий;

г) числовые искажения.

8. Выберите правильный вариант.

Набор оценок объекта, называется:
а) профиль;
б) меры взаимосвязи;
в) меры расстояния;
г) меры различия для частот.
9.Выберите правильный вариант.
Самые распространённые и очевидные показатели различия в психологии, называются:
а) профиль;
б) меры взаимосвязи;
в) меры расстояния;
г) меры различия для частот.
10.Выберите правильный ответ.
Наиболее специфичные показатели различия именно для множества признаков, измеренных для каждого объекта, называются:
а) профиль;
б) меры взаимосвязи;
в) меры расстояния;
г) меры различия для частот.
11. Выберите правильный ответ.
Меры, которые применяются в отношении данных типа «объект – признак», для которых каждый признак представляет собой абсолютную частоту некоторого событий для каждого из объектов, называется:
а) меры различия для частот;
б) меры различия для бинарных переменных;
в) меры различия;
г) меры различия для переменных.
12. Выберите правильный вариант.
Мера отклонения итоговой конфигурации объектов от исходных оценок различия, называется:
а) неметрический этап;
б) метрический этап;
в) стресс;
г) дистресс.
13. Выберите правильный вариант.
Результатом применения метода неметрической модели многомерного шкалирования является:
а) таблица координат объектов;
б) величины стресса;
интерпретация шкал и взаимного расположения объектов по таблице координат;
г) все ответы верны.
14. Выберите правильный вариант.

Форма фиксации данных по измерительным шкалам при помощи наглядного отображения развития признака в виде непрерывной линии или определённой фигуры, называется:
а) сбалансированная шкала;
б) числовая шкала;
в) графическая шкала;
г) измерительная шкала.
15. Выберите правильный вариант.
Форма фиксации данных в измерительных шкалах посредством их числовых значений, называется:
а) сбалансированная шкала;
б) числовая шкала;
в) графическая шкала;
г) измерительная шкала.

ТЕМА 13. МНОЖЕСТВЕННЫЙ РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

1. Выберите правильный вариант.
Для множественного регрессионного анализа необходимо подбирать независимые переменные, которые:
а) сильно коррелируют с зависимой переменной и слабо друг с другом
б) сильно коррелируют с зависимой переменной и сильно друг с другом
в) слабо коррелируют с зависимой переменной и слабо друг с другом
г) слабо коррелируют с зависимой переменной и сильно друг с другом.
2. Выберите правильный вариант.
К исходным методам множественного регрессионного анализа не относятся:
а) стандартный
б) прямой пошаговый
в) обратный пошаговый
г) стандартный пошаговый
3. Выберите правильный вариант.
Исходным положением множественного регрессионного анализа является возможность представления значений зависимой переменной через у, а значения независимой переменной через X_1, X_2, Xp в виде:
а) линейного уравнения
б) системы линейных уравнений
в) коэффициента регрессии
г) квадратного уравнения.
4. Выберите правильный вариант.
Основным показателем множественного регрессионного анализа является:
а) коэффициент множественной корреляции R
б) ошибка оценки

в) коэффициенты регрессии
г) нет правильного ответа.
5. Выберите правильный вариант.
Коэффициент множественной корреляции принимает:
а) только положительные значения, изменяясь от 0 до 1
б) только положительные значения, изменяясь от 0 до ∞
в) значения, расположенные в интервале от -1 до 0
г) значения, расположенные в интервале от -1 до 1.
6. Выберите правильный вариант.
Множественный регрессионный анализ предназначен для изучения:
а) взаимосвязи одной зависимой переменной и нескольких независимых
б) взаимосвязи нескольких зависимых переменных и одной независимой
в) взаимосвязи одной зависимой переменной и одной независимой
г) влияния независимой переменной на зависимую.
7. Выберите правильный вариант.
Обычно множественный регрессионный анализ применяется для изучения возможности предсказания некоторого результата по:
а) по ряду предварительно измеренных характеристик
б) по одной предварительно измеренной и изученной характеристике
в) по не измеренным ранее характеристикам
г) по стандартным характеристикам.
8. Выберите правильный вариант.
После вычисления регрессионных коэффициентов по значениям независимых переменных для каждого из объектов могут быть вычислены:
а) свободный член
б) ошибка оценки
в) оценки зависимой переменной
г) стандартные коэффициенты регрессии.
9. Выберите правильный вариант.
Статистическая значимость коэффициента множественной корреляции определяется:
а) по критерию Фишера для соответствующих степеней свободы;
б) по коэффициенту τ – Кендалла
в) по критерию T – Вилкоксона
г) по критерию $\chi^2 r$ Фридмана.
10. Выберите правильный вариант.
Основным требованием множественного регрессионного анализа является:
а) переменные должны быть измерены в метрической шкале и иметь нормальное отклонение
б) переменные должны быть измерены в метрической шкале и иметь смещение в зону положительных значений
в) переменные должны быть измерены в метрической шкале и иметь смещение в зону отрицательных значений

г) переменные должны быть измерены в неметрической шкале и иметь нормальное отклонение.

ТЕМА 14. КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ

1. Дайте наиболее полное определение.

Кластерный анализ – это

а) решает задачу построения классификации, то есть разделения исходного множества объектов на группы, класс, кластеры

б) процедура упорядочивания объектов в сравнительно однородные классы на основе попарного сравнения этих объектов по предварительно определённым и измеренным критериям

в) множество простых вычислительных процедур, используемых для классификации объектов.

2. Выберите правильный вариант.

Первые исследования с использованием кластерного анализа появились после публикации книги «Начала численной таксономии» в 1963 году, авторами которой являются:

а) Р. Сокэл и П. Снит

б) Р. Фокэл и П. Смит

в) Р. Токэл и П. Свифт

г) Р. Мокэл и П. Скитт.

3. Выберите правильный вариант.

Существует множество вариантов кластерного анализа, но наиболее широко используются методы, объединённые общим названием:

а) иерархический кластерный анализ

б) пошаговый кластерный анализ

в) последовательный кластерный анализ

г) пропорциональный кластерный анализ.

4. Выберите правильный вариант.

Результат работы кластерного анализа представляется графически в виде:

а) гистограммы

б) дендрограммы

в) центроида

г) диаграммы.

5. Выберите правильный вариант.

Непосредственными данными для применения кластерного анализа являются:

а) матрица различий между всеми парами объектов

б) дендрограмма

в) испытуемые, объекты, которые оцениваются испытуемыми

г) признаки, измеренные на выборке испытуемых.

6. Выберите правильный вариант.

В последовательности кластерного анализа последним этапом является:
а) проверка достоверности разбиения на классы
б) проверка устойчивости группировки
в) проверка значимости разбиения
г) все варианты верны.
7. Выберите правильный вариант.
К методам кластерного анализа относится:
а) метод одиночной связи
б) метод полной связи
в) метод средней связи
г) все варианты верны.
8. Выберите правильный вариант.
Для предварительного определения числа классов пользуются:
а) содержательными соображениями исследователя
б) таблицей последовательности агломерации
в) исходными данными
г) не существует формального критерия, позволяющего выделить оптимальное число классов.
9. Выберите правильный вариант.
В методе полной связи кластерного анализа наблюдается тенденция к:
а) выделению большего числа компактных кластеров
б) выделению самого далёкого элемента, который находится ближе к новому объекту
в) выделению меньшего числа компактных кластеров
г) все варианты верны.
10. Выберите правильный вариант.
Как по другому называется метод полной связи:
а) метод дальнего соседа
б) метод ближнего соседа
в) метод межгрупповой связи
г) метод внутригрупповой связи.

ТЕМА 15. ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ

1. Выберите правильный вариант.
Дискриминантный анализ решает ряд задач. Исключите лишнее.
а) предсказание значений независимых переменных
б) определение того, какие независимые переменные лучше всего подходят для предсказания
в) определение решающих правил, позволяющих отнести каждый объект к одному из известных классов
г) все ответы верны
2. Выберите правильный вариант.

В дискриминантном анализе для каждого из объектов имеются данные по количественным признакам, являющимся одинаковыми для этих объектов. Эти количественные признаки называются:
а) дискриминантные переменные
б) числовые значения
в) структура исходных данных
г) нет правильного варианта.
3. Выберите правильный вариант.
Канонические функции и дискриминантные переменные связывают:
а) структурные коэффициенты
б) стандартизированные коэффициенты
в) канонические коэффициенты
г) стандартизированные канонические коэффициенты.
4. Выберите правильный вариант.
Из геометрической интерпретации задач дискриминантного характера следует:
а) правило классификации объектов
б) правило систематизации объектов
в) правило интерпретации объектов
г) правило канонизации объектов.
5. Выберите правильный вариант.
Место типичных наблюдений для данных классов и их использование для описания различий между классами, называется:
а) точка отсчёта
б) исходная точка
в) центроид
г) нулевая точка.
6. Выберите правильный вариант.
Анализ канонических функций сопровождается получением важных статистических показателей качества классификации, основным из которых является:
а) λ Вилкса и χ^2 тест
б) Н – Колмогорова
в) λ Вилкса
г) χ^2 тест.
7. Выберите правильный вариант.
Мера классификации, являющаяся производной от расстояния, называется:
а) апостериорная вероятность
б) принадлежность объекта к классу
в) расстояние объекта до центроида
г) нет правильных вариантов.
8. Выберите правильный вариант.
Наиболее важным показателем в дискриминантном анализе является:

а) критерий Фишера
б) толерантность
в) статистика удаления
г) верны все варианты.
9. Выберите правильный вариант.
Для отсеивания малозначимых для дискриминатного анализа переменных применяется:
а) компьютерная программа SPSS
б) пошаговый дискриминантный анализ
в) анализ расстояний между классами
г) вычисление основных показателей качества.
10. Выберите правильный вариант.
Показателем информативности функции является:
а) собственное значение канонической функции
б) сумма всех собственных значений канонической функции
в) λ Вилкса
г) χ^2 тест.

ТЕМА 16. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

1. Выберите наиболее полное определение.
Дисперсионный анализ – это
а) аналитико-статистический метод изучения влияния отдельных переменных, а также их сочетаний на изменчивость изучаемого признака
б) метод сравнения нескольких выборок по признаку, измеренному в метрической шкале
в) анализ изменчивости признака под влиянием каких-либо контролируемых переменных, факторов.
2. Выберите правильный вариант.
В зарубежной литературе дисперсионный анализ обозначается как ANOVA, что переводится как:
а) анализ вариативности
б) сравнение средних значений
в) сравнение выборок более чем по одному основанию
г) сравнение нескольких выборок.
3. Выберите правильный вариант.
Задача дисперсионного анализа состоит в том, чтобы из общей вариативности признака вычленить:
а) вариативность, обусловленную действием каждой из исследуемых независимых переменных
б) вариативность, обусловленную взаимодействием исследуемых независимых переменных
в) случайную вариативность, обусловленную всеми другими неизвестными переменными

г) все варианты верны.

4. Выберите правильный вариант.

Дисперсионный анализ позволяет:

а) констатировать изменения признака и направление этих изменений

б) констатировать только изменения признака

в) констатировать только направления изменений

г) все варианты не верны.

5. Выберите правильный вариант.

Самым близким по характеру и решаемым задачам к дисперсионному анализу является:

а) кластерный анализ

б) регрессионный анализ

в) факторный анализ

г) дискриминантный анализ.

6. Выберите правильный вариант.

В последовательности дисперсионного анализа получают выборочные дисперсии, которые называются:

а) общие по комплексу

б) факторные

в) остаточные

г) все ответы верны

7. Выберите правильный вариант.

Значение F критического определяется по статистическим таблицам с учётом:

а) принятого уровня значимости

б) числа степеней свободы

в) сумм квадратов отклонений

г) выборочной дисперсии

8. Выберите правильный вариант.

Дисперсионный анализ допускает статистическое исследование признаков, выраженных:

а) только в абсолютных количественных единицах

б) в относительных баллах

в) в условных индексах

г) все ответы верны

9. Выберите правильный вариант.

Специфика ANOVA проявляется в:

а) дисперсионный анализ использует терминологию планирования эксперимента

б) анализируется комплекс дисперсий изучаемых признаков

в) изучается влияние независимой переменной на зависимую

г) все ответы верны.

10. Выберите правильный вариант.

В зависимости от типа экспериментального плана выделяют четыре основных типа ANOVA. Исключите лишний:
а) одномерный
б) многомерный
в) с повторными измерениями
г) многофакторный.
11. Выберите правильный вариант.
Дополнительно выделяют модель ANOVA:
а) с постоянными эффектами
б) со случайными эффектами
в) с закономерными эффектами
г) с фиксированными эффектами
12. Выберите правильный вариант.
Параметрическим аналогом ANOVA являются многомерные методы:
а) множественный регрессионный анализ
б) дискриминантный анализ
в) факторный анализ
г) все ответы верны.
13. Выберите правильный вариант.
Непараметрическими аналогами ANOVA являются критерии:
а) критерий Краскала- Уоллиса
б)χ^2 Фридмана
в) критерий Колмогорова – Смирнова
г) все ответы верны.
14. Выберите правильный вариант.
Основными допущениями ANOVA являются:
а) распределение зависимых переменных для каждой градации фактора, соответствующее нормальному распределению
б) дисперсии выбора, соответствующие разным градациям фактора, должны быть равны между собой
в) выборки, соответствующие градации фактора должны быть независимы
г) все ответы верны.
15. Выберите правильный вариант.
Альтернативой однофакторного дисперсионного анализа является:
а) критерий Крускала – Уоллиса
б) χ^2 критерий Пирсона
в) критерий Колмогорова – Смирнова
г) биноминальный критерий m

16. Выберите правильный вариант.
Сумма квадратов в дисперсионной анализе обозначается как:
а) SS
б) df

в) MS
г) F.
17. Выберите правильный вариант.
Число степеней свободы в дисперсионном анализе обозначается как:
а) SS
б) df
в) MS
г) F.
18. Выберите правильный вариант.
Контраст в дисперсионном анализе - это линейная комбинация сравниваемых средних значений, которая задаётся в виде
а) полигона
б) гистограммы
в) дедрограммы
г) линейного уравнения.
19. Выберите правильный вариант.
Подготовка данных к дисперсионному анализу проходит в ряд этапов. Исключите лишний.
а) создание комплексов
б) уравновешивание комплексов
в) проверка нормальности распределения комплексов
г) преобразование данных с целью упрощения расчётов.
20. Выберите правильный вариант.
К основным величинам однофакторного дисперсионного анализа относится сумма индивидуальных значений по каждому из условий, обозначаемая как:
а) Tc
б) c
в) n
г) $\Sigma (xi^2)$.
21. Выберите правильный вариант.
К основным величинам однофакторного дисперсионного анализа относится SS фактическое, которое обозначает:
а) вариативности признака, обусловленную действием исследуемого фактора
б) общую вариативность признака
в) вариативно, обусловленную неучтёнными факторами
г) остаточную вариативность.

ТЕМА 17. СТАНДАРТИЗАЦИЯ ДАННЫХ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ТЕСТОВ

1. Выберите правильный вариант.

Непосредственная и независимая от валидизируемого теста мера психического свойства, на исследование которого направлена психодиагностическая методика называется:
а) коэффициент валидности;
б) критерий валидизации;
в) валидность критериальная;
г) диагностическая валидность.
2. Выберите правильный вариант.
К методам получения критериев валидизации не относится:
а) метод средневзвешенной оценки;
б) метод парного сравнения;
в) метод экспертной оценки;
г) метод ранжирования.
3. Выберите правильный вариант.
Статистические показатели эмпирической валидности теста, называются:
а) коэффициенты валидности;
б) критерии валидизации;
в) методы валидизации;
г) способы валидизации.
4. Выберите правильный вариант.
Выделяют следующие типы валидности. Какой валидности не существует?
а) диагностическая;
б) конструктная;
в) иллюзорная;
г) практическая.
5. Выберите правильный вариант.
Один из основных типов валидности методики, характеризующий степень репрезентативности содержания заданий теста измеряемой области психических свойств, называется:
а) содержательная валидность;
б) валидность текущая;
в) валидность эмпирическая;
г) валидность прогностичекая.
6. Выберите правильный вариант.
Характеристика теста, отражающая его способность различать испытуемых на основании диагностического признака, являющегося объектом исследования в данной методике, называется:
а) содержательная валидность;
б) валидность текущая;
в) валидность эмпирическая;
г) валидность прогностичекая.
7. Выберите правильный вариант.

Совокупность характеристик валидности теста, полученных сравнительным статистическим способом оценивания, называется:
а) содержательная валидность;
б) валидность текущая;
в) валидность эмпирическая;
г) валидность прогностичекая.
8. Выберите правильный вариант.
Статистический показатель степени изменчивости признаков (переменных), называется:
а) коэффициент вариации;
б) коэффициент валидизации;
в) коэффициент валидности;
г) коэффициент надёжности.
9. Выберите правильный вариант.
Регламентация, приведение к единым нормам процедуры и оценок теста, называется:
а) надёжность;
б) валидность;
в) стандартизация;
г) унификация.
10. Выберите правильный вариант.
Характеристика методики, отражающая точность психодиагностических измерений, а также устойчивость результатов к действию посторонних факторов, называется:
а) надёжность;
б) валидность;
в) стандартизация;
г) унификация.
11. Выберите правильный вариант.
Статистические показатели надёжности психологического теста называются:
а) критерии надёжности;
б) коэффициенты надёжности;
в) ретестовая надёжность;
г) формы надёжности.
12. Выберите правильный вариант.
Распространённым методом анализа надёжности является расчёт:
а) коэффициента β;
б) коэффициента λ;
в) коэффициента χ^2;
г) коэффициента α.
13. Выберите правильный вариант.
Какого вида надёжности не существует:

а) надёжность параллельных форм;
б) ретестовая надёжность;
в) надёжность частей теста;
г) дисперсионная надёжность.

14. Выберите правильный вариант.

Наиболее простым и распространённым способом определения надёжности частей теста, называется:
а) метод расщепления;
б) метод нормального распределения;
в) метод внутреннего согласования;
г) дисперсионный анализ.

15. Выберите правильный вариант.

Характеристика теста, указывающая на степень однородности состава заданий с точки зрения измеряемого качества, называется:
а) надёжность;
б) внутренняя согласованность;
в) валидность;
г) трудность заданий теста.

16. Выберите правильный вариант.

Критерий внутренней согласованности является существенным элементом:
а) конструктной валидности;
б) надёжности;
в) экспериментальной валидности;
г) трудности заданий теста.

17. Выберите правильный вариант.

Внутренняя согласованность определяется корреляцией между результатами каждого отдельного задания и теста в целом, которая называется:
а) ранговая;
б) бисериальная;
в) корреляция качественных признаков;
г) частная корреляция.

18. Выберите правильный вариант.

Состояние испытуемого, обусловленное действием разной степени выраженности мотива экспертизы, возникающего в психодиагностической ситуации, называется:
а) тестовая надёжность;
б) тестовая валидность;
в) тестовая тревожность;
г) тестовая согласованность.

19. Выберите правильный вариант.

Характеристика теста, отражающая статистический уровень её решаемости в данной выборке стандартизации, называется:
а) трудность заданий теста;
б) внутренняя согласованность;
в) тестовая тревожность;
г) стандартизация.
20. Выберите правильный вариант.
Основная задача анализа трудности заданий теста сводится:
а) к выбору оптимальных по сложности пунктов теста;
б) упорядочиванию отдельных заданий теста;
в) разработка и проверка диагностических качеств тестовой методики;
г) все варианты верны.

ТЕМА 18. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ КУРСА

1. Выберите верное утверждение:
а) нормальная случайная величина уклоняется от своего среднего не более, чем на 2 корня из дисперсии;
б) нормальная случайная величина уклоняется от своего среднего не более, чем на 3 корня из дисперсии;
в) нормальная случайная величина уклоняется от своего среднего не более, чем на 4 корня из дисперсии;
г) нормальная случайная величина уклоняется от своего среднего не более, чем на 6 корней из дисперсии.
2. Выберите правильный вариант.
Зависимость вида Y=F(X) называется:
а) линейная корреляция;
б) линейная регрессия;
в) частная корреляция;
г) ранговая корреляция.
3. Выберите правильный вариант.
Сколько зависимых переменных может быть в уравнении регрессии:
а) сколько угодно;
б) не более 3;
в) одна;
г) все ответы верны.
4. Выберите правильный вариант.
Не выполняет задачу классификации:
а) кластерный анализ;
б) корреляционный анализ;
в) дискриминантный анализ;
г) все ответы верны.

5. Выберите правильный вариант.

Возможно ли, вычислить коэффициент регрессии Y на X, если известны коэффициент корреляции и среднеквадратичное отклонение:
а) невозможно, т.к. необходим показатель дисперсии;
б) возможно;
в) зависит от вида анализа;
6. Выберите правильный вариант.
К ограничению метода регрессионного анализа не относятся:
а) нормальность распределения признаков;
б) равное количество признаков переменных;
в) переменные отличны от нуля.
г) все ответы верны.
7. Выберите правильный вариант.
К ограничениям метода факторного анализа не относится:
а) нормальность распределения признаков;
б) равное количество признаков переменных;
в) равенство дисперсий.
г) все ответы верны.
8. Выберите правильный вариант.
К ограничениям метода дисперсионного анализа не относится:
а) нормальность распределения признаков;
б) равное количество признаков переменных;
в) равенство дисперсий;
г) все ответы верны.
9. Выберите правильный вариант.
Задачу прогнозирования не выполняет:
а) дискриминантный анализ;
б) факторный анализ;
в) регрессионный анализ;
г) все ответы верны.
10. Выберите правильный вариант.
Для независимых выборок используется:
а) дисперсионный анализ с повторными изменениями;
б) корреляционный анализ;
в) однофакторный дисперсионный анализ;
г) дискриминантный анализ.
11. Выберите правильный вариант.
В структурных уравнениях латентные переменные обозначаются буквой:
а) F;
б) V;
в) D;
г) G.
12. Выберите правильный вариант.

В структурных уравнениях наблюдаемые переменные обозначаются буквой:
а) F;
б) V;
в) D;
г) G.
13. Выберите правильный вариант.
Процесс проверки модели происходит с использованием критерия:
а) критерий λ;
б) критерий согласия χ^2;
в) критерий φ^*;
г) критерий U Колмогорова–Смирнова.
14. Выберите правильный вариант.
Оптимально, чтобы показателем соотношения χ^2 к числу степеней свободы df не было:
а) больше 1;
б) равно 0;
в) меньше 2;
г) больше 2.
15. Определите, о чём идёт речь. Обозначение исследуемого психического явления, то, что выражает природу явления, их сходство и различия.
а) параметр;
б) признак;
в) переменная;
г) варианта.

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Вариант 1.

1. Генеральная совокупность и выборка.
2. Проверка нормальности распределения (вычисление асимметрии и эксцесса).
3. Задача. Перевести результаты тестирования в баллы, используя различные виды шкал. Упражнение «Тройной прыжок с места» (см) выполнялось мальчиками 14 лет. Диапазон изменения результатов от 450 до 600 см. Интервал между значениями принять равным 10 см.
4. Законспектировать статью Савченко Т.В. Развитие математической психологии: теория и перспективы // Психологический журнал, том 23. - 2002. - №5. – С. 32–41.

Вариант 2.

1. Понятие о переменной. Признаки и переменные.

Провести оценку результатов тестирования. В результате тестирования были получены данные о результатах бега на 100 м (с)

11,3 11,6 12,1 12,0 11,4 11,6 12,1 11,7 11,5 11,911,4.

Преобразовать полученные результаты в таблицы очков с использованием различных шкал.

1. Находим размах варьирования R=12,l-11,3=0,8.

2. Строим числовой ряд в пределах размаха варьирования с минимальным (практически значимым) интервалом между вариантами (например, 0,1 сек; 1см и др.).

3. Преобразуем результаты тестирования в очки и составляем таблицу оценки результатов тестирования, используя пропорциональную, прогрессирующую и регрессирующую шкалы. Начальное количество очков и прирост очков принимаем самостоятельно. В данном случае исходным (минимальным) является 50 очков.

4. Для оценивания с помощью сигмовидной шкалы определяем среднюю арифметическуюи среднее квадратическое отклонение: X=11,7 сек; a=0,3 сек. В области, X±0,5σ начисление очков можно производить по пропорциональной шкале. Результаты меньше X - 0.5 σ можно оценивать по прогрессирующей шкале, результаты больше X+ 0.5σ можно оценивать по регрессирующей шкале.

5. На основании полученных данных строим графическое изображение одной из шкал (в примере не рассмотрено). По оси X откладываем значения ранжированного ряда, по оси Y - соответствующее количество очков.

3. Задача. По полученным результатам тестирования девочек 4 класса (прыжки с короткой скакалкой, количество раз) рассчитать среднее квадратическое отклонение обычным и упрощённым способом, сделать выводы:

125	75	86	100	115	88	95	83	110	116
82	79	92	99	84	119	120	97	105	108

5.Законспектировать статью Колас М.А., Ульдзіновіч С.В. Графааналітычнае даследванне тэста і вынікау тэсці равання // Адукацыя і выхаванне. – 2001. - №2. – С.52.

Вариант 3.

1. Понятие о событии. Случайные и неслучайные события. Меры возможности появления событий.
2. Показать табличное и графическое представление экспериментальных данных.
3. Задача. Шесть студенток решили сесть на диету, чтобы похудеть. Результаты получились следующие

Имя	Ира	Маша	Катя	Оля	Таня	Света
Вес о диеты	81	82	69	69	77	90
Вес после диеты	78	80	65	68	71	80

С помощью парного критерия Стьюдента выяснить, была ли диета эффективным средством для похудения?

4. Законспектировать статью Лытко А.А. Достоверность как критерий качества тестирования // Адукацыя і выхаванне. – 2004. - №1. – С.27 – 34.

Вариант 4.

1. Понятие о системе событий. Совместное появление событий. Зависимость между событиями. Преобразование событий. Частота. Частость, вероятность.
2. Рассчитать критерий U Манна–Уитни.
3. Задача. На двух группах лабораторных мышей – опытной (n1=9) и контрольной (n2=11) изучали воздействие на организм нового препарата. После испытаний масса тела животных, выраженная в граммах, варьировала следующим образом:

Опытная группа	80	76	75	64	70	68	72	79	83		
Контрольная группа	70	78	60	80	62	68	73	60	71	66	69

Проверить с помощью критерия Манна–Уитни, является ли статистически достоверной разность в массе между опытной и контрольной группой мышей.

4. Законспектировать статью Митиной О.В. Детерминационный анализ: основные понятия, статистические критерии, примеры использования в психологических исследованиях // Вестник Московского университета. – Серия 14. – Психология. – 2004. – №4. – С.46.

Вариант 5.

1. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Рассчитать критерий χr^2 Фридмана.
3. Задача. Для оценки уровня подготовленности мальчиков 5 «Д» класса одним из тестов было упражнение «бег на месте за 10 секунд». Результаты тестирование (число шагов) приведены ниже. Построить гистограмму и полигон распределения результатов, количество шагов.

44	50	48	40	40	44	36	40	38	40
46	47	54	51	38	38	36	42	47	45

4. Законспектировать статью Богоявленской Д.Б. Проблемы диагностики креативности // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.3 – 18.

Вариант 6.

1. Понятие об измерении. Измерительные шкалы.
2. Рассчитать Т – критерий Вилкоксона.
3. Задача. В ходе тестирования девочек 14 лет были получены следующие результаты бега, 600 м, с: 264, 1336, 200, 185, 230, 145, 193, 208, 225, 166, 193, 140, 200, 210, 150, 188, 152, 149, 187, 179, 215, 248, 221, 185, 233, 142, 258, 220, 166, 199. построить гистограмму и полигон распределения частот.
4. Законспектировать статью Юлдашева С.А. Опыт использования в школе группового интеллектуального теста // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.88 – 95.

Вариант 7.

1. Стандартизация данных психологических тестов.
2. Построить таблицу сопряжённости 2×2.
3. Задача. Для определения статистической выносливости сгибателей рук десять мальчиков выполняли упражнение «Вис на согнутых руках». Результаты приведены ниже:

1 результат	20,6	16,8	10,9	15,6	19,6	10,4	22,5	12,9	17,6	15,6
2 результат	21,0	15,6	12,5	12,1	20,9	11,5	20,9	16,3	18,7	17,8

Какой объём выборки необходимо взять, чтобы увеличить надёжность теста до значения «хорошо» (r =0,9).

4. Законспектировать статью Сиригатти С. Психологические характеристики профессиональной пригодности и академическая

успеваемость студентов // Адукацыя і выхаванне. – 2005. - №1. – С.39 – 90.

Вариант 8.

1. Статистические критерии. Мощность критериев. Контаминация критерия.
2. Рассчитать меры центральной тенденции.
3. Задача. Студент решил проверить, правда ли то, что способность к концентрации зависит от темперамента человека. Он составил набор задач, требующих большой сосредоточенности, и дал их испытуемым – сангвиникам, холерикам, флегматикам и меланхоликам. Затем подсчитал количество правильных ответов. С помощью критерия Крускала - Уолиса определите, есть ли зависимость количества правильно решённых задач от темперамента.

Сангвиники	**Холерики**	**Флегматики**	**Меланхолики**
30	34	46	45
45	20	40	45
37	15	25	30
29	43	39	38
40	25	38	39
41	27	41	40

4. Законспектировать статью Качалко В.Б. Корреляционный анализ качеств творческой личности // Псіхалогія - 2003 - №2. – С.76 – 83.

Вариант 9.

1. Меры центральной тенденцию меры изменчивости. Квантили распределения.
2. Рассчитать однофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок (для 3 групп).
3. Задача. Для оценки уровня развития скоростно-силовой выносливости гимнастов, занимающихся в учебно-тренировочной группе. Проверялось на надёжность контрольного упражнения (Лазание по канату» (4 м). Для проверки надёжности теста испытания проводилось 2 раза с интервалов в 6 минут. Результаты испытаний получились следующими:

Испытание 1	8,0	6,5	8,4	7,0	8,2	8,0	8,8	8,2	6,0	7,2
Испытание 2	10,6	7,5	11,0	10,5	9,6	10,5	10,5	9,5	8,9	8,4

Определить надёжность данного теста.

4. Законспектировать статью Лебедева С.В. Адаптация методик исследования посттравматических стрессовых расстройств // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.19 – 38.

Вариант 10.

1. Понятие о корреляции. Коэффициенты корреляции.
2. Рассчитать надёжность теста.
3. Задача. Психолог измерял время сложной сенсомоторной реакции выбора (в мс) в контрольной и экспериментальной группах. В экспериментальную группу (X) входили 9 спортсменов высокой квалификации. Контрольной группой (Y) являлись 8 человек, активно не занимающихся спортом. С помощью критерия Стьюдента проверьте гипотезу о том, что средняя скорость сложной сенсомоторной реакции выбора у спортсменов выше, чем эта же величина у людей, не занимающихся спортом.

X	504	560	420 600	580	530	490	580	470
Y	580	692	700 621 640		561	680	630	—

4. Законспектировать статью Подольского Д.А. Современные методы исследования морального развития (когнитивное направление) // Психология и школа. – 2005. - №1. – С.100- 110.

Вариант 11.

1. Коэффициент корреляции τ Кендалла.
2. Рассчитать сравнение 2 выборочных значений для несвязанных выборок.
3. Задача. Построить полигон распределения выборки из 25 абитуриентов, для которых подсчитывалось число баллов, полученных на экзамене. Найти среднее, моду и медиану. Определить форму распределения, подсчитав коэффициент асимметрии и эксцесса.

20,19,22,24,21,18,23,17,20,16,15,23,21,24,21,18,23,21,19,20,24,21,20,18,
17

4. Законспектировать статью Лидерс А.Г. Взаимная валидизация двух методик диагностики детско-родительских отношений: «Анализ семейного воспитания» Эйдемиллера – Юстицкого и «Взаимодействие родитель – ребёнок» И.М. Марковой // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.39 – 57.

Вариант 12.

1. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
2. Определить основные статистические показатели (среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратическое откло-

нение для несгруппированных и сгруппированных данных, рассчитать коэффициент вариации и сделать выводы об однородности выборки и определить среднее квадратическое отклонение). Сравнить полученные данные и сделать выводы.

3. Задача. У 50 школьников исследовался уровень IQ. Получены следующие данные

N	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ
1	119	11	117	21	104	31	107	41	111
2	86	12	82	22	88	32	78	42	98
3	100	13	100	23	113	33	110	43	84
4	93	14	86	24	89	34	98	44	102
5	108	15	1.29	25	103	35	84	45	92
6	88	16	103	26	83	36	107	46	110
7	104	17	88	27	91	37	92	47	101
8	127	18	108	28	97	38	105	48	85
9	103	19	70	29	87	39	89	49	114
10	112	20	113	30	101	40	95	50	102

Построить ранжированный ряд. Найти все возможные меры центральной тенденции. Построить гистограмму.

4. Законспектировать статью Миницкого Н.И. Психолингвистические и информационные аспекты восприятия и обработки учебного текста // Белорусский психологический журнал. – 2004. – №3. – С.57–61.

Вариант 13.

1. Коэффициент корреляции Пирсона. Произведение моментов Пирсона.
2. Рассчитать коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

3. Задача Определить влияние использования нового витаминизированного препарата на повышение скоростно-силовых возможностей велосипедистов по частоте педалирования (количество раз) с ходу в максимальном ускорении. В контрольной группе тестирование проводилось без применения витаминов, в экспериментальной группе упражнение выполнялось на фоне приема препарата. Результаты тестирования; контрольная группа,

кол-во раз: 50,1 52,7 51,6 50,8 51,9 52,0 51,4 52,7 51,0 47,6

экспериментальная группа,

кол-во раз: 56,7 53,4 55,2 54,8 55,6 54,3 55,0 58,6 55,4 55,1

4. Законспектировать статью Подольского О.А. Моральная компетентность подростка: поиск новых возможностей исследования // Психология и школа. – 2005. - №1. – С. 133 – 139.

Вариант 14.

1. Многомерные методы: назначение и классификация.

2. Рассчитать Н – критерий Крускала – Уолиса.

3. Задача. Внешний вид домов был оценен в четырех районах столицы командой экспертов из комиссии администрации президента по борьбе с коррупцией. Рейтинги, изменяющиеся от 0 (низкий) до 100 (высокий), отражают предполагаемые цены при продаже домов после их конфискации. Случайные выборки 6-ти оценок в каждом районе приведены ниже. Какой из районов самый однородный? Самый неоднородный? Какой из районов самый богатый? Самый бедный? Почему?

Район X	Район У	Район Z	Район W
37	96	24	22
42	78	36	16
40	84	17	9
32	69	49	14
35	88	56	20
36	84	17	6

4. Законспектировать статью Байкова Ю.Н. Диагностика социальной компетентности. Результаты апробации диагностического комплекса // Журнал прикладной психологии. – 2002. - №6. – С. 12 – 24.

Вариант 15.

1. Понятие дисперсии. Сравнение дисперсий.
2. Описать формы расчётов результатов наблюдений.
3. Задача. Задача. У 50 школьников исследовался уровень IQ. Получены следующие данные

N	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ
1	119	11	117	21	104	31	107	41	111
2	86	12	82	22	88	32	78	42	98
3	100	13	100	23	113	33	110	43	84
4	93	14	86	24	89	34	98	44	102
5	108	15	1.29	25	103	35	84	45	92
6	88	16	103	26	83	36	107	46	110
7	104	17	88	27	91	37	92	47	101
8	127	18	108	28	97	38	105	48	85
9	103	19	70	29	87	39	89	49	114
10	112	20	113	30	101	40	95	50	102

Построить ранжированный ряд. Найти все возможные меры центральной тенденции. Построить гистограмму.

4. Законспектировать статью Миницкого Н.И. Психолингвистические и информационные аспекты восприятия и обработки учебного текста // Белорусский психологический журнал. – 2004. – №3. – С.57–61.

Вариант 16.

1. Генеральная совокупность и выборка.
2. Проверка нормальности распределения (вычисление асимметрии и эксцесса).
3. Задача. Перевести результаты тестирования в баллы, используя различные виды шкал. Упражнение «Тройной прыжок с места» (см) выполнялось мальчиками 14 лет. Диапазон изменения результатов от 450 до 600 см. Интервал между значениями принять равным 10 см.
4. Законспектировать статью Савченко Т.В. Развитие математической психологии: теория и перспективы // Психологический журнал, том 23. - 2002. - №5. – С. 32 - 41

Вариант 17.

1. Понятие о переменной. Признаки и переменные.

Провести оценку результатов тестирования. В результате тестирования были получены данные о результатах бега на 100 м (с)

11,3 11,6 12,1 12,0 11,4 11,6 12,1 11,7 11,5 11,911,4.

Преобразовать полученные результаты в таблицы очков с использованием различных шкал.

2. Находим размах варьирования R=12,l-11,3=0,8.
3. Строим числовой ряд в пределах размаха варьирования с минимальным (практически значимым) интервалом между вариантами (например, 0,1 сек; 1см и др.).
4. Преобразуем результаты тестирования в очки и составляем таблицу оценки результатов тестирования, используя пропорциональную, прогрессирующую и регрессирующую шкалы. Начальное количество очков и прирост очков принимаем самостоятельно. В данном случае исходным (минимальным) является 50 очков.

Для оценивания с помощью сигмовидной шкалы определяем среднюю арифметическую и среднее квадратическое отклонение:

X=11,7 сек; a=0,3 сек. В области, X±0,5σ начисление очков можно производить по пропорциональной шкале. Результаты меньше X - 0.5 σ можно оценивать по прогрессирующей шкале, результаты больше X+ 0.5σ можно оценивать по регрессирующей шкале.

5.На основании полученных данных строим графическое изображение одной из шкал (в примере не рассмотрено). По оси X откладываем значения ранжированного ряда, по оси Y - соответствующее количество очков.

3. Задача. По полученным результатам тестирования девочек 4 класса (прыжки с короткой скакалкой, количество раз) рассчитать среднее

квадратическое отклонение обычным и упрощённым способом, сделать выводы:

125	75	86	100	115	88	95	83	110	116
82	79	92	99	84	119	120	97	105	108

4. Законспектировать статью Колас М.А., Ульдзіновіч С.В. Графааналітычнае даследванне тэста і вынікау тэсці равання // Адукацыя і выхаванне. – 2001. - №2. – С.52.

Вариант 18.

1. понятие о событии. Случайные и неслучайные события. Меры возможности появления событий.
2. показать табличное и графическое представление экспериментальных данных.
3. Задача. Шесть студенток решили сесть на диету, чтобы похудеть. Результаты получились следующие

Имя	Ира	Маша	Катя	Оля	Таня	Света
Вес о диеты	81	82	69	69	77	90
Вес после диеты	78	80	65	68	71	80

С помощью парного критерия Стьюдента выяснить, была ли диета эффективным средством для похудения?

4. Законспектировать статью Лытко А.А. Достоверность как критерий качества тестирования // Адукацыя і выхаванне. – 2004. - №1. – С.27 – 34.

Вариант 19.

1. Понятие о системе событий. Совместное появление событий. Зависимость между событиями. Преобразование событий. Частота. Частость, вероятность.
2. Рассчитать критерий U Манна – Уитни.
3. Задача. На двух группах лабораторных мышей – опытной (n1=9) и контрольной (n2=11) изучали воздействие на организм нового препарата. После испытаний масса тела животных, выраженная в граммах, варьировала следующим образом:

Опытная группа	80	76	75	64	70	68	72	79	83		
Контрольная группа	70	78	60	80	62	68	73	60	71	66	69

Проверить с помощью критерия Манна – Уитни, является ли статистически достоверной разность в массе между опытной и контрольной группой мышей.

4. Законспектировать статью Митиной О.В. Детерминационный анализ: основные понятия, статистические критерии, примеры использования в психологических исследованиях // Вестник Московского университета. – Серия 14. – Психология. – 2004. - №4. – с.46.

Вариант 20.

1. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Рассчитать критерий χr^2 Фридмана.
3. Задача. Для оценки уровня подготовленности мальчиков 5 «Д» класса одним из тестов было упражнение «бег на месте за 10 секунд». Результаты тестирование (число шагов) приведены ниже. Построить гистограмму и полигон распределения результатов, количество шагов.

44	50	48	40	40	44	36	40	38	40
46	47	54	51	38	38	36	42	47	45

4. Законспектировать статью Богоявленской Д.Б. проблемы диагностики креативности // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.3 – 18.

Вариант 21.

1. Понятие об измерении. Измерительные шкалы.
2. Рассчитать Т – критерий Вилкоксона.
3. Задача. В ходе тестирования девочек 14 лет были получены следующие результаты бега, 600 м, с: 264, 1336, 200, 185, 230, 145, 193, 208, 225, 166, 193, 140, 200, 210, 150, 188, 152, 149, 187, 179, 215, 248, 221, 185, 233, 142, 258, 220, 166, 199. построить гистограмму и полигон распределения частот.
4. Законспектировать статью Юлдашева С.А. Опыт использования в школе группового интеллектуального теста // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.88 – 95.

Вариант 22.

1. Стандартизация данных психологических тестов.
2. Построить таблицу сопряжённости 2×2.
3. Задача. Для определения статистической выносливости сгибателей рук десять мальчиков выполняли упражнение «Вис на согнутых руках». Результаты приведены ниже:

1 результат	20,6	16,8	10,9	15,6	19,6	10,4	22,5	12,9	17,6	15,6
2 результат	21,0	15,6	12,5	12,1	20,9	11,5	20,9	16,3	18,7	17,8

Какой объём выборки необходимо взять, чтобы увеличить надёжность теста до значения «хорошо» (r =0,9).

4. Законспектировать статью Сиригатти С. Психологические характеристики профессиональной пригодности и академическая успеваемость студентов // Адукацыя і выхаванне. – 2005. - №1. – С.39 – 90.

Вариант 23.

1. Статистические критерии. Мощность критериев. Контаминация критерия.
2. Рассчитать меры центральной тенденции.
3. Задача. Студент решил проверить, правда ли то, что способность к концентрации зависит от темперамента человека. Он составил набор задач, требующих большой сосредоточенности, и дал их испытуемым – сангвиникам, холерикам, флегматикам и меланхоликам. Затем подсчитал количество правильных ответов. С помощью критерия Крускала - Уолиса определите, есть ли зависимость количества правильно решённых задач от темперамента.

Сангвиники	**Холерики**	**Флегматики**	**Меланхолики**
30	34	46	45
45	20	40	45
37	15	25	30
29	43	39	38
40	25	38	39
41	27	41	40

4. Законспектировать статью Качалко В.Б. Корреляционный анализ качеств творческой личности // Псіхалогія - 2003 - №2. – С.76 – 83.

Вариант 24.

1. Меры центральной тенденцию меры изменчивости. Квантили распределения.
2. Рассчитать однофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок (для 3 групп).
3. Задача. Для оценки уровня развития скоростно-силовой выносливости гимнастов, занимающихся в учебно-тренировочной группе проверялось на надёжность контрольного упражнения (Лазание по канату» (4 м) для проверки надёжности теста испы-

тания проводилось 2 раза с интервалов в 6 минут. Результаты испытаний получились следующими:

Испытание 1	8,0	6,5	8,4	7,0	8,2	8,0	8,8	8,2	6,0	7,2
Испытание 2	10,6	7,5	11,0	10,5	9,6	10,5	10,5	9,5	8,9	8,4

Определить надёжность данного теста.

4. Законспектировать статью Лебедева С.В. Адаптация методик исследования посттравматических стрессовых расстройств // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.19 – 38.

Вариант 25.

1. Понятие о корреляции. Коэффициенты корреляции.
2. Рассчитать надёжность теста.
3. Задача. Психолог измерял время сложной сенсомоторной реакции выбора (в мс) в контрольной и экспериментальной группах. В экспериментальную группу (X) входили 9 спортсменов высокой квалификации. Контрольной группой (Y) являлись 8 человек, активно не занимающихся спортом. С помощью критерия Стьюдента проверьте гипотезу о том, что средняя скорость сложной сенсомоторной реакции выбора у спортсменов выше, чем эта же величина у людей, не занимающихся спортом.
4. Законспектировать статью Подольского Д.А. Современные методы исследования морального развития (когнитивное направление) // Психология и школа. – 2005. - №1. – С.100- 110.

Вариант 26.

1. Коэффициент корреляции τ Кендалла.
2. Рассчитать сравнение 2 выборочных значений для несвязанных выборок.
3. Задача. Построить полигон распределения выборки из 25 абитуриентов, для которых подсчитывалось число баллов, полученных на экзамене. Найти среднее, моду и медиану. Определить форму распределения, подсчитав коэффициент асимметрии и эксцесса.

20,19,22,24,21,18,23,17,20,16,15,23,21,24,21,18,23,21,19,20,24,21,20, 18,17

4. Законспектировать статью Лидерс А.Г. Взаимная валидизация двух методик диагностики детско-родительских отношений: «Анализ семейного воспитания» Эйдемиллера – Юстицкого и «Взаимодействие родитель – ребёнок» И.М. Марковой // Психологическая диагностика. – 2004. - №3. – С.39 – 57.

Вариант 27.

1. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
2. Определить основные статистические показатели (среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратическое отклонение для несгруппированных и сгруппированных данных, рассчитать коэффициент вариации и сделать выводы об однородности выборки и определить среднее квадратическое отклонение). Сравнить полученные данные и сделать выводы.
3. Задача. У 50 школьников исследовался уровень IQ. Получены следующие данные

N	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ
1	119	11	117	21	104	31	107	41	111
2	86	12	82	22	88	32	78	42	98
3	100	13	100	23	113	33	110	43	84
4	93	14	86	24	89	34	98	44	102
5	108	15	1.29	25	103	35	84	45	92
6	88	16	103	26	83	36	107	46	110
7	104	17	88	27	91	37	92	47	101
8	127	18	108	28	97	38	105	48	85
9	103	19	70	29	87	39	89	49	114
10	112	20	113	30	101	40	95	50	102

Построить ранжированный ряд. Найти все возможные меры центральной тенденции. Построить гистограмму.

4. Законспектировать статью Миницкого Н.И. Психолингвистические и информационные аспекты восприятия и обработки учебного текста // Белорусский психологический журнал. – 2004. - №3. – С.57 – 61.

Вариант 28.

1. Коэффициент корреляции Пирсона. Произведение моментов Пирсона.
2. Рассчитать коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
3. Задача. Определить влияние использования нового витаминизированного препарата на повышение скоростно-силовых возможностей велосипедистов по частоте педалирования (количество раз) с ходу в максимальном ускорении. В контрольной группе тестирование проводилось без применения витаминов, в экспериментальной группе упражнение выполнялось на фоне приема препарата. Результаты тестирования; контрольная группа,

кол-во раз: 50,1 52,7 51,6 50,8 51,9 52,0 51,4 52,7 51,0 47,6

экспериментальная группа,

кол-во раз: 56,7 53,4 55,2 54,8 55,6 54,3 55,0 58,6 55,4 55,1

4. Законспектировать статью Подольского О.А. Моральная компетентность подростка: поиск новых возможностей исследования // Психология и школа. – 2005. - №1. – С. 133 – 139.

Вариант 29.

1. Многомерные методы: назначение и классификация.
2. Рассчитать Н – критерий Крускала – Уолиса.
3. Задача. Внешний вид домов был оценен в четырех районах столицы командой экспертов из комиссии администрации президента по борьбе с коррупцией. Рейтинги, изменяющиеся от 0 (низкий) до 100 (высокий), отражают предполагаемые цены при продаже домов после их конфискации. Случайные выборки 6-ти оценок в каждом районе приведены ниже. Какой из районов самый однородный? Самый неоднородный? Какой из районов самый богатый? Самый бедный? Почему?

Район X	Район У	Район Z	Район W
37	96	24	22
42	78	36	16
40	84	17	9
32	69	49	14
35	88	56	20
36	84	17	6

4. Законспектировать статью Байкова Ю.Н. Диагностика социальной компетентности. Результаты апробации диагностического комплекса // Журнал прикладной психологии. – 2002. - №6. – С. 12 – 24.

Вариант 30.

1. Понятие дисперсии. Сравнение дисперсий.
2. Описать формы расчётов результатов наблюдений.
3. Задача. Задача. У 50 школьников исследовался уровень IQ. Получены следующие данные

N	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ	№	IQ
1	119	11	117	21	104	31	107	41	111
2	86	12	82	22	88	32	78	42	98
3	100	13	100	23	113	33	110	43	84
4	93	14	86	24	89	34	98	44	102
5	108	15	1.29	25	103	35	84	45	92
6	88	16	103	26	83	36	107	46	110
7	104	17	88	27	91	37	92	47	101
8	127	18	108	28	97	38	105	48	85
9	103	19	70	29	87	39	89	49	114
10	112	20	113	30	101	40	95	50	102

Построить ранжированный ряд. Найти все возможные меры центральной тенденции. Построить гистограмму.
4. Законспектировать статью Миницкого Н.И. Психолингвистические и информационные аспекты восприятия и обработки учебного текста // Белорусский психологический журнал. – 2004. - №3. – С.57 – 61.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЁТУ

1.Предмет, цели и задачи математических методов в психологии.
2. Математическая статистика как раздел математики. Основные разделы статистики.
3.Статистические данные.
4. Методы статистической обработки результатов эксперимента.
5. История становления математической статистики в психологии.
6. Случайное явление. Категории событий.
7. Теория вероятности. Различные подходы к понятию вероятности.
8. Алгебра событий. Обозначения.
9. Вероятность события. Алгебра вероятностей.
10. Вероятность суммы событий.
11.Условная вероятность. Вычисление условной вероятности события.
12. Теорема умножения вероятностей произвольных событий.
13. Независимые события. Вероятность произведения независимых событий.
14. Аналитический и графический методы решения произвольной вероятностной задачи.
15. Формула полной вероятности.
16. Общие правила комбинаторики.
17. Основные формулы комбинаторики.
18. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.
19. Дискретность и непрерывность случайной величины.
20. Группировка статистических данных.
21. Статистическое распределение выборки.
22. Функция распределения непрерывной случайной величины.
23. Математическое ожидание случайной величины.
24. Дисперсия случайной величины.
25. Вычислительные и аналитические статистические таблицы.
26. Таблицы первичных эмпирических данных.
27. Таблицы распределения.
28. Достоверность статистического различия. Статистическая значимость.
29. Виды шкал. Шкальные преобразования.

30. Уровень ряда. Среднее арифметическое. Достоверность средней арифметической.
31. Медиана. Мода. Интервал.
32. Кривая нормального (гауссова) распределения.
33. Асимметрия и эксцесс кривой распределения.
34. Стандартизация и нормализация статистических данных.
35. Требования к разработчикам тестов. Требования к психологу-пользователю.
36. Составные части теста и требования к ним.
37. Процедура разработки теста. Требования к надежности и валидности теста.
38. Надежность и ошибка измерения.
39. Валидность теста и ее виды.
40. Процедура применения теста. Процедура обработки и интерпретации тестовых результатов.
41. Генеральная и выборочная совокупность.
42.Типы выборок. Дифференциация выборок.
43. Выборочное и генеральное среднее.
44. Выборочная и генеральная дисперсия.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Первичная обработка данных. Дискретный случай. Непрерывный случай.
2. Признаки и переменные. Формулирование гипотез.
3. Виды гипотез.
4. Ошибки вывода и проверка статистических гипотез.
5. Статистический критерий. Значение критерия.
6. Односторонние и двусторонние критерии.
7. Параметрические и непараметрические критерии.
8. Построение критериев.
9. Уровни статистической значимости (достоверности).
10. Мощность критериев. Степени свободы.
11. t-критерий Стьюдента.
12. Критерии различия в уровне исследуемого признака. Q-критерий Розенбаума.
13. Критерии различия в уровне исследуемого признака. U-критерий Манна-Уитни.
14. Критерии различия в уровне исследуемого признака. H- критерий Крускала-Уоллиса.
15. Критерии различия в уровне исследуемого признака. S-критерий тенденций Джонкира.

16. Алгоритм принятия решения о выборе критерия для сопоставлений.
17. Критерии оценки достоверности сдвига в значениях исследуемого признака. G-критерий знаков.
18. Критерии оценки достоверности сдвига в значениях исследуемого признака. T- критерий Вилкоксона.
19. Критерии оценки достоверности сдвига в значениях исследуемого признака. Критерий χ^2r Фридмана.
20. Критерии оценки достоверности сдвига в значениях исследуемого признака. L-критерий тенденций Пейджа.
21. Алгоритм принятия решения о выборке критерия оценки изменений.
22. Критерии различия в распределении признака. χ^2 – критерий Пирсона.
23. Критерии различия в распределении признака. λ – критерий Колмогорова-Смирнова.
24. Алгоритм выбора критерия для сравнения распределений.
25. Многофункциональные статистические критерии как эффективные заменители традиционных критериев.
26. Критерий φ^* - угловое преобразование Фишера. Использование критерия в сочетании с критерием Колмогорова-Смирнова.
27. Многофункциональные статистические критерии. Биномиальный критерий m.
28. Многофункциональные критерии как эффективные заменители традиционных критериев.
29. Алгоритм выбора многофункциональных критериев.
30. Статистические модели.
31. Корреляционная зависимость. Проверка гипотезы о корреляционной зависимости.
32. Корреляция случайных величин. Тип, форма и теснота (плотность) связи.
33. Меры связи для качественных переменных.
34. Анализ таблиц сопряженности.
35. Меры связи для количественных переменных.
36. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
37. Коэффициент линейной корреляции Пирсона (Браве-Пирсона).
38. Коэффициенты ковариации.
39. Корреляция бисериальная.
40. Регрессионный анализ. Коэффициенты регрессии.
41. Простая регрессия. Множественная линейная регрессия.
42. Дисперсионный анализ. Задачи дисперсионного анализа.
43. Факторные эксперименты. Подготовка данных к дисперсионному анализу.

44. Однофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок.
45. Однофакторный дисперсионный анализ для связанных выборок.
46. Возможности многофакторного дисперсионного анализа.
47. Многофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок.
48. Многофакторный дисперсионный анализ для связанных выборок.
49. Назначение факторного анализа. Виды факторов. Задачи метода.
50. История разработки и использования факторного анализа.
51. Модели факторного анализа.
52. Этапы факторного анализа. Метод главных компонент.
53. Вращение факторов. Содержательная интерпретация новых факторов.
54. Методы классификации, типизации, категоризации и составления психологической казуистики.
55. Многомерные методы. Кластерный анализ.
56. Пакет статистических программ SPSS.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Андреенков, В. Г., Аргунова, К. Д. и др. Математические методы анализа и интерпретации социологических данных // Под ред. В.Г. Андреенкова, Ю. Н. Толстовой. – М.: Наука - 2009. – 415с.
2. Артемьева, Е. Ю., Мартынов, Е. М. Вероятностные методы в психологии / Е.Ю. Артемьев, Е.М. Мартынов. – М.: Изд –во МГУ. – 2005. – 385с.
3. Афифи, А., Эйзен, С. Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ / А.Афифи, С. Эйзен. - М.: Мир. - 2002. – 240с.
4. Большев, Л. Н., Смирнов, Н. В. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. - М.: Наука. – 2003. – 325с.
5. Бурлачук, Л. Ф., Морозов, С. М. Словарь-справочник по психодиагностике / Л.Ф. Бурлачук, С.М. Морозов. – СПб.: Питер. – 2001. – 655с.
6. Бююль, А., Цефель, П. SPSS: искусство обработки информации / А. Бююль, П. Цефель. – СПб: Диа Софт. - 2001. – 165с.
7. Глас, Дж., Стенли, Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. / Пер. с англ. под общ. ред. Ю. П. Адлера. - М.: Прогресс. - 1976. – 320с.
8. Дружинин, В. Н. Экспериментальная психология – В.Н. Дружинин. – СПб.: Питер. - 2001. – 320с.
9. Езекиэл, М., Фокс, К. А. Методы анализа корреляций и регрессий (линейных и криволинейных). // Пер. с англ. Л. С. Кучаева. М.: Статистика. - 2006. – 230с.
10. Журавлев, Г. Е. Системные проблемы развития математической психологии / Г.Е. Журавлёв. - М.: Наука. – 2003. – 410с.
11. Захаров, В. П. Применение математических методов в социально-психологических исследованиях / В.П. Захаров. – СПб.: Питер. – 2005. – 185 с.
12. Ивашов-Мусатов, О.С. Теория вероятностей и математическая статистика / О.С. Ивашов - Мусатов. – М.: Наука. - 2009. – 420с.
13. Калинин, Б. Г. Компьютерная обработка данных для психологов / Б.Г. Калинин. – М.: Речь. - 2002. – 310с.
14. Кильдишев, Г.Д. Основы анализа статистических данных / Г.Д. Кильдишев. М.: Академия. – 2005. – 375с.
15. Кремень, М. А. Математические методы в научных исследованиях: Для педагогов и психологов / М.А. Кремень - Мн.: НИО. - 1998. – 220с.
16. Кричевец, А. Н., Шикин, Е. В., Дьячков, А. Т. Математика для психологов / А.Н. Кричевец, Е.В. Шикин, А.Т. Дьячков. – М.: Флинта: Московский психолого-социальный институт. - 2003. – 355с.
17. Логвиненко, А. Д. Измерения в психологии / А.Д. Логвиненко. - М.: Изд – во МГУ. – 2003. – 393с.

18. Пашкевич, О. И. Математическая статистика для психологов: некоторые методы обработки эмпирических данных / О.И. Пашкевич. - Мн.: Эксмо – Пресс. - 2000. – 256с.
19. Психология и математика / Под ред. Г. Е. Журавлева, Е. М. Забродина, В. Ю. Крылова, В. Ф. Рубахина. - М.: Наука. - 2006. – 520с.
20. Рейхман, Дж. У. Применение статистики / Дж. У. Рейхман. – М. : Академия. – 2009. – 269с.
21. Селиверстов, В. В., Тищенко, А. А. Практика математической обработки результатов эксперимента в дипломных и курсовых работах / В.В. Селиверстов, А.А. Тищенко. - М.: Академический проект. – 2001. – 281с.
22. Сидоренко, Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е.В. Сидоренко – СПб.: Социально-психологический центр «Санкт-Петербург» - 1996. – 362с.
23. Сидоренко, Е.В. Статистические методы анализа информации в социологических исследованиях / Е.В. Сидоренко. – М.: Академия. – 2007. – 390с.
24. Суходольский, Г. В. Основы математической статистики для психологов / Г.В. Суходольский. – СПб.: Питер – 2002. – 372с.
25. Теплов, Б. М. Простейшие способы факторного анализа // Типологические особенности высшей нервной деятельности человека. – Т. 5. – М.: Просвещение. - 1967. – С.196 – 220.
26. Тюрин, Ю. Н., Макаров, А. А. Анализ данных на компьютере / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров. - М.: Финансы и статистика. – 2005. – 310с.
27. Филимонов, В. С., Гуртовник, Е. А. Практикум по статистике / В.С. Филимонов, Е.А. Гуртовник. – М.: Академия. – 2000. – 350с.
28. Харман, Г. Современный факторный анализ / Г. Харман. – М.: Статистика. - 2002. – 172с.
29. Холлендер, М., Вулф, Д. А. Непараметрические методы статистики / М. Холлендер, Д.А. Вулф. - М.: Финансы и статистика. – 2003. – 383 с.
30. Хьюстон, А. Дисперсионный анализ / А. Хьюстон – М.: Статистика. – 2001. – 171с.
31. Шеффе, Г. Дисперсионный анализ / Г. Шеффе. - М.: Наука. - 1980. – 210 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Артемьева, Е.Ю., Мартынова, Е.М. Вероятностные методы в психологии / Е.Ю. Артемьева, Е.М. Мартынова. - М.: Изд-во Моск. ун-та. - 2005. – 265с.

2. Айвазян, С.А., Енюков, И.С., Металкин, Л. Д. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. МЕталкин. - М.: Финансы и статистика. - 2003. – 310с.
3. Гусев, А.Н. Дисперсионный анализ в экспериментальной психологии / А.Н. Гусев. - М.: Академия. - 2000. – 230с.
4. Крамер, Д. Математическая обработка данных в социальных науках: современные методы / Дункан Крамер. – М.: Издательский центр «Академия». – 2007. – 288с.
5. Кулаичев, А.П. Методы и средства комплексного анализа данных / А.П. Кулаичев. - М.: Форум: Инфра-М. - 2006. – 210с.
6. Леонтьев, А.Н., Кринчик, Е.П.. О применении теории информации в конкретно-психологических исследованиях /А.Н. Леонтьев, Е.П. Кринчик // Вопросы психологии – 2001 - №5.- С.23.
7. Минько,А.А. Статистический анализ в Microsoft Office Excel / А.А. Минько. - М.: Диалектика. - 2004. – 126с.
8. Митина, О.В. Математические методы в психологии: Практикум / О.В. Митина. – М.: Аспект Пресс. – 2008. – 238с.
9. Митина, О.В., Михайловская, К.Б. Факторный анализ для психологов / О.В. Митина, К.Б. Михайловская. - М.: Академический проект. – 2000. – 327с.
10. Резник, А.Д. Книга для тех, кто не любит статистику, но вынужден ею пользоваться. Непараметрическая статистика в примерах, упражнениях и рисунках / А.Д. Резник – СПб.: Речь. – 2008. – 265с.
11. Сапегин, А.Г.Психологический анализ в среде EXCEL. Математические методы и инструментальные средства / А.Г. Сапегин. – М.: Ось – 89. – 2005. – 144с.
12. Суходольский, Г.В. Математические методы в психологии / Г.В. Суходольский. – Харьков: Изд – во Гуманитарный Центр. – 2008. – 284с.
13. Тюрин, Ю.Н., Макаров, А.А. Анализ данных на компьютере / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров. - М. - 2003. – 215с.

КЛЮЧ К ТЕСТОВЫМ ЗАДАНИЯМ

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
1 А	1 А	1 А	1 В	1 Г	1 Г	1 А	1 А	1 Б	1 Б	1 В	1 В	1 А	1 Б	1 Г	1 В	1 Б	1 А
2 А	2 А	2 А	2 Г	2 Г	2 Б	2 Б	2 Б	2 А	2 Б	2 В	2 Г	2 Г	2 А	2 А	2 А	2 В	2 А
3 А	3 В	3 А	3 Г	3 Б	3 Б	3 А	3 В	3 Г	3 А	3 А	3 Г	3 А	3 А	3 А	3 Г	3 А	3 Б
4 А	4 Г	4 А	4 Г	4 А	4 Б	4 А	4 Г	4 А	4 Б	4 Б	4 А	4 А	4 Б	4 А	4 Б	4 Г	4 Б
5 Г	5 Г	5 А	5 Б	5 А	5 Г	5 Г	5 А	5 А	5 Г	5 Г	5 В	5 А	5 А	5 В	5 Б	5 А	5 А
6 Г	6 А	6 А	6 В	6 А	6 В	6 Г	6 Б	6 А	6 В	6 Б	6 А	6 А	6 А	6 А	6 Г	6 Б	6 Б
7 А	7 Г	7 А	7 А	7 А	7 Б	7 А	7 В	7 Б	7 А	7 А	7 Б	7 А	7 Г	7 А	7 А	7 В	7 В
8 А	8 Г	8 А	8 В	8 Г	8 А	8 Б	8 Г	8 А	8 А	8 А	8 А	8 В	8 Б	8 Г	8 Г	8 А	8 Б
9 Б	9 А	9 А	9 А	9 А	9 Г	9 А	9 А	9 А	9 А	9 Б	9 Б	9 А	9 А	9 Б	9 А	9 В	9 В
10 Б	10 Б	10 Г	10 Б	10 А	10 Б	10 А	10 А	10 А	10 Г	10 Г	10 В	10 А	10 Г	10 А	10 А	10 А	10 В
					11 А	11 В	11 А	11 А		11 Б	11 А				11 В	11 Б	11 А
					12 Б	12 Г	12 А	12 А		12 В	12 В				12 В	12 Г	12 Б
					13 А	13 Г		13 А		13 А	13 Г				13 В	13 Г	13 Б
					14 В	14 В		14 А		14 Б	14 В				14 Г	14 А	14 Г
					15 Б	15 Г		15 А		15 В	15 Б				15 А	15 Б	15 А
					16 Г	16 А		16 А		16 А					16 А	16 А	
					17 В	17 А		17 А		17 Б					17 Б	17 Б	
					18 А	18 Б		18 А		18 В					18 А	18 В	
					19 В	19 В		19 Б		19 А					19 В	19 А	
					20 В	20 Б		20 А		20 Г					20 А	20 Г	
					21 Б	21 А		21 А		21 А					21 А		
						22 А		22 Б		22 В							
						23 Б		23 А		23 Б							
						24 Б		24 А		24 Б							
						25 А		25 А		25 А							
						26 Г		26 А		26 Б							
								27 А		27 В							
								28 Г		28 В							
								29 Г		29 А							
								30 А		30 В							
								31 А									
								32 А									
								33 А									
								34 Г									
								35 А									
								36 А									
								37 А									
								38 А									
								39 В									
								40 Б									
								41 А									
								42 А									
								43 Г									
								44 В									
								45 Г									
								46 Г									
								47 Г									
								48 А									
								49 Б									
								50 В									

ГЛОССАРИЙ

Альтернативная гипотеза (H_1) - в соответствии с этой гипотезой принимается что, различия между двумя показателями достаточно значимы и обусловлены влиянием независимого фактора. Т.е. эти показатели действительно существенно различаются по величинам и принадлежат к двум разным генеральным совокупностям.

Валидность **–** это комплексная характеристика методики (теста), включающая сведения об области исследуемых явлений и репрезентативности диагностической процедуры по отношению к ним.

Выборка **-** это ограниченная по численности группа объектов (в психологии - испытуемых, респондентов), специально отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств.

Генеральная совокупность - это все множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза. Теоретически считается, что объем генеральной совокупности не ограничен. Практически же объем генеральной совокупности всегда ограничен и может быть различным в зависимости от предмета наблюдения и той задачи, которую предстоит решать психологу.

Гипотеза **-** это научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо явления и требующее проверки на опыте и теоретического обоснования.

Группировка - процесс систематизации (упорядочения) первичных данных для их дальнейшего анализа.

Дисперсионный анализ **-** это процедура, которая позволяет сравнивать средние значения нескольких групп, предоставляя единственное решение на определенном уровне статистической значимости. Дисперсионный анализ позволяет ответить на вопрос: «Значимо ли различаются средние значения зависимой переменной при разных уровнях независимой переменной?» Дисперсионный анализ иногда в литературе называется ANOVA. Несмотря на такое название, в дисперсионном анализе сравниваются не дисперсии, а средние значения.

Дисперсия - мера изменчивости для метрических данных, пропорциональная сумме квадратов отклонений измеренных значений от их среднего арифметического. Для вычислений используется формула выборочной (эмпирической) дисперсии.

Достоверность различия **–** аналитико- статистическая процедура установления уровня значимости различий или сходств между выборками по изучаемым показателям (переменным).

Измерение - в самом широком смысле может быть определено как приписывание чисел объектам или событиям, которое осуществляется по определенным правилам. Эти правила должны устанавливать соответствие между некоторыми свойствами рассматриваемых объектов, с одной стороны, и рядом чисел - с другой. В целом можно сказать, что измерение- это процедура, с помощью которой измеряемый объект сравнивается с некоторым эталоном и получает численное выражение в определенном масштабе или шкале.

Интервальная шкала (шкала интервалов) - это шкала, классифицирующая по принципу «больше на определенное количество единиц - меньше на определенное количество единиц». Каждое из возможных значений признака отстоит от другого на равном расстоянии.

Информативность - это степень точности теста, с которой он измеряет свойство (качество, способность, характеристика и т.д.), для оценки которой он используется.

Квалиметрия - это наука об измерении и количественной оценке качественных показателей. Качественньми называются показатели, не имеющие единиц измерения.

Кластерный анализ - это общее название множества вычислительных процедур, используемых при создании классификации. Главная цель кластерного анализа - нахождение групп схожих объектов в выборке данных. Эти группы удобно называть кластерами. Не существует общепринятого определения термина «кластер», однако считается, что кластеры обладают некоторыми свойствами, наиболее важными из которых являются плотность, дисперсия, размеры, форма и отделимость.

Корреляционный анализ – комплекс методов статистического исследования взаимозависимости между переменными, связанными корреляционными отношениями.

Корреляционная зависимость – это изменения, которые вносят значения одного признака в вероятность появления разных значений другого признака.

Корреляционная связь – это согласованные изменения двух признаков или большего количества признаков (множественная корреляционная связь). Корреляционная связь отражает тот факт, что изменчивость одного признака находится в некотором соответствии с изменчивостью другого.

Корреляционные отношения – это отношения между переменными, при которых выступает преимущественно нелинейная их зависимость, то есть значению любой произвольно взятой переменной одного ряда может соответствовать некоторое количество значений переменной другого ряда, отклоняющихся в ту или иную сторону от среднего.

Коэффициент корреляции - это показатель степени связи между двумя переменными или измерениями. Обычно он обозначается буквой г. Коэффициент корреляции изменяется от-1 до +1.

Коэффициенты надёжности – статистические показатели надёжности психологического теста.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена (rs) - позволяет определить тесноту (силу) и направление корреляционной связи между двумя признаками или двумя профилями (иерархиями) признаков.

Критерий – это характеристика распределения, используемая для проверки статистических гипотез.

Критерий Вилкоксона (Т) - применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность. С его помощью мы определяем, является ли сдвиг показателей в каком-то одном направлении более интенсивным, чем в другом. Этот критерий применим в тех случаях, когда признаки измерены по крайней мере по шкале порядка.

Критерий Джонкира (S) – предназначен для выявления тенденций изменения признака при переходе от выборки к выборке при сопоставлении трёх и более выборок.

Критерий знаков (G) - предназначен для установления общего направления сдвига исследуемого признака. Он позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму: изменяются ли показатели в сторону улучшения, повышения или усиления или, наоборот, в сторону ухудшения, понижения или ослабления.

Критерий Крускала-Уолиса (Н) - предназначен для оценки различий одновременно между тремя, четырьмя и т.д. выборками по уровню какого-либо признака. Он позволяет установить, что уровень признака изменяется при переходе от группы к группе, но не указывает на направление этих изменений.

Критерий Макнамары - данный критерий является непараметрическим и предназначен для работы с данными, полученными в самой простой из номинальных - дихотомической шкале. Критерий Макнамары применяется для зависимых выборок (например, замеры «до» и «после»).

Критерий Манна-Уитни (U) - предназначен для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного. Он позволяет выявить различия между малыми выборками.

Критерий Розенбаума (Q) – используется для оценки различий между двумя выборкамипо уровню какого – либо признака, количественно измеренного.

Критерий Фридмана (χr^2) - применяется для сопоставления показателей, измеренных в трех и более условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить, что величины показателей от условия к условию изменяются, но при этом не указывают на направление изменений. Минимальное количество испытуемых - 2, каждый из которых прошел не менее трех замеров

Медиана (M_e) - это такое значение признака, которое делит упорядоченное множество данных пополам так, что одна половина всех значений оказывается меньше медианы, а другая - больше.

Меры изменчивости применяются в психологии для численного выражения величины межиндивидуальной вариации признака.

Меры центральной тенденции отражают уровень выраженности измеренного признака. Однако не менее важной характеристикой является выраженность индивидуальных различий испытуемых по измеренному признаку. МЦТ - это число, характеризующее выборку по уровню выраженности измеренного признака.

Мода (M_0)- это такое числовое значение, которое встречается в выборке наиболее часто.

Мощность критерия – это его способность выявлять различия, если они есть., то есть это его способность отклонить нулевую гипотезу об отсутствии различий, если она неверна.

Надежность теста – это степень совпадения результатов при повторном тестировании одних и тех же людей в одинаковых условиях. Разновидностями надежности являются стабильность, согласованность, информативность, эквивалентность.

Непараметрические критерии – критерии, не включающие в формулу расчёта параметров распределения и основанные на оперировании частотами или рангами.

Номинальная шкала (шкала наименований, номинативная шкала) состоит в присваивании какому-либо свойству или признаку определенного обозначения или символа (численного, буквенного и т. д.).

Нормальное распределение – вид распределения переменных, который наблюдается при изменении признака (переменной) под влиянием множества относительно независимых факторов.

Нулевая гипотеза (H_0) - согласно этой гипотезе первоначально принимается, что между данными показателями достоверного различия нет, т.е. обе группы вместе составляют один и тот же однородный материал, или входят в одну генеральную совокупность. Статистический анализ должен привести или к отклонению нулевой гипотезы, если доказана достоверность полученных различий, или к ее сохранению, если достоверность различий не доказана, т.е. различия не подтверждаются и признаны случайными (при заданном уровне значимости).

Ошибка измерения – статистический показатель, характеризующий степень точности отдельных измерений.

Параметры распределения - это его числовые характеристики, указывающие, где «в среднем» располагаются значения признака, насколько эти значения изменчивы и наблюдается ли преимущественное появление определенных значений признака.

Параметрические критерии – критерии, включающие в формулу расчёта параметры распределении, то есть средние и дисперсии.

Порядковая шкала (ранговая шкала)- это шкала, классифицирующая по принципу «больше - меньше», «выше - ниже», «сильнее - слабее». Измерение в этой шкале предполагает приписывание объектам чисел в зависимости от степени выраженности измеряемого свойства.

Размах варьирования (R) - разность между максимальным и минимальным значением признака. Он характеризует диапазон варьирующих значений признака.

Ранжирование - процесс расположения исходных данных по порядку от минимальных их значений до максимальных.

Регрессионный анализ – область статистического анализа, изучающая зависимость изменений значений переменных от одной или нескольких независимых переменных (факторов).

Репрезентативность - иными словами, ее представительность - это способность характеризовать соответствующую генеральную совокупность с определенной точностью и достаточной надежностью.

Согласованность тестов характеризуется независимостью результатов тестирования от личных качеств лица, проводящего или оценивающего тест.

Среднее арифметическое (X) определяется как сумма всех значений измеренного признака, деленная на количество суммированных значений.

Стабильность - это такая разновидность надежности, которая проявляется в степени совпадения результатов тестирования, когда первое и последующие измерения разделены определенным временным интервалом.

Стандартизация – унификация, регламентация, приведение к единым нормативам процедуры и оценок теста.

Статистический критерий (критерий) - это случайная величина, закон распределения которой известен, и которая служит для проверки нуль - гипотезы. Статистический критерий можно рассматривать как инструмент, позволяющий определить вероятность того, что результаты получились случайно.

Таблицы сопряженности - это совместное распределение двух переменных. Строки таблицы образуются значениями одной переменной. Столбцы таблицы образуются значениями второй переменной. В клетке таблицы (на пересечении строки и столбца) указывается частота совместного появления соответствующих значений. Суммы частот по строке или по столбцу называются маргинальными частотами. Распределения маргинальных частот представляют собой одномерное распределение переменных. Таблицы сопряженности можно составлять для дискретных переменных, а также для непрерывных переменных, сгруппированных в интервалы. Обычно таблицы сопряженности строятся для шкал наименований и для шкал порядка.

Факторный анализ – комплекс аналитических методов, позволяющих выявить скрытые (латентные) признаки, а также причины их возникновения и внутренние закономерности их взаимосвязи.

Шкала отношений - это шкала, классифицирующая объекты или субъекты пропорционально степени выраженности измеряемого свойства. В шкалах отношений классы обозначаются числами, которые пропорциональны друг другу: 2 так относится к 4, как 4 к 8. Это предполагает наличие абсолютной нулевой точки отсчета, поэтому при сравнении объектов мы можем сказать не только о том, насколько больше или меньше выражено свойство, но и о том, во сколько раз (на сколько процентов и т.д.) больше или меньше оно выражено.

Эквивалентность - это равноценность тестов при измерении одного и того же свойства.

Эксцесс - (от лат. excessus – выход, отступление), крайнее проявление чего-либо; нарушение нормального хода чего-либо.